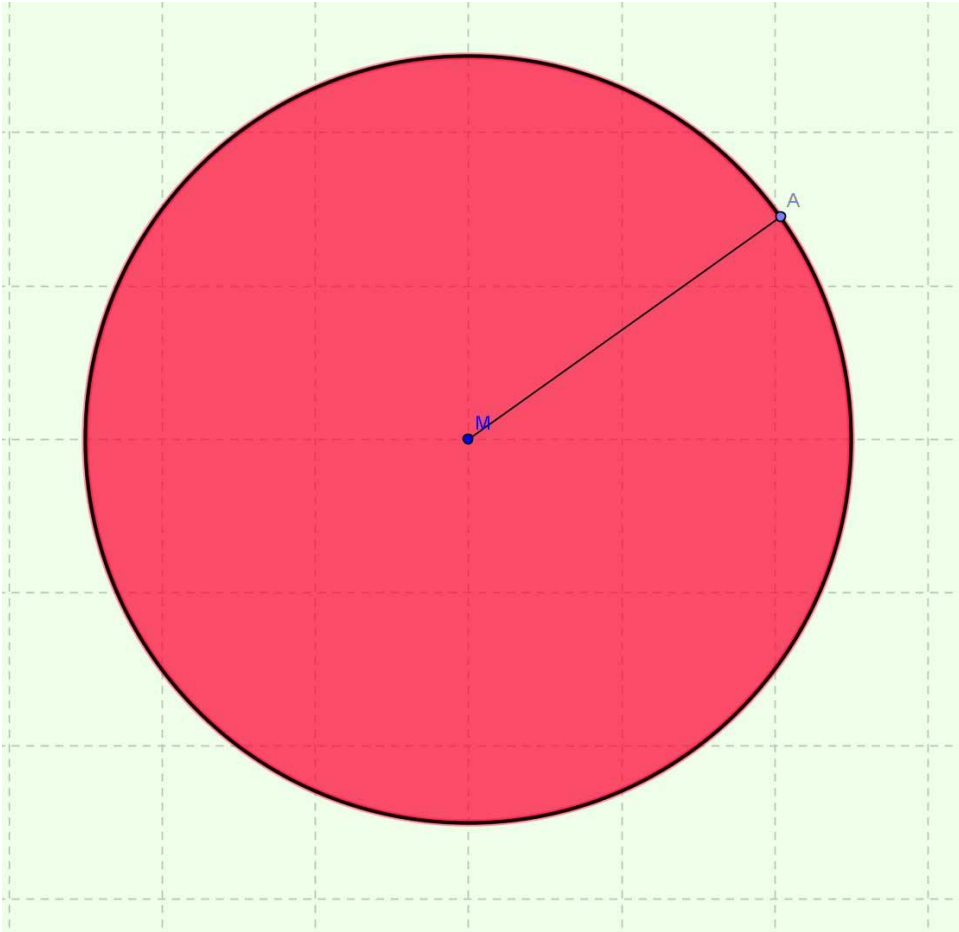


2.1 Cirkel en middelloodlijn [1]

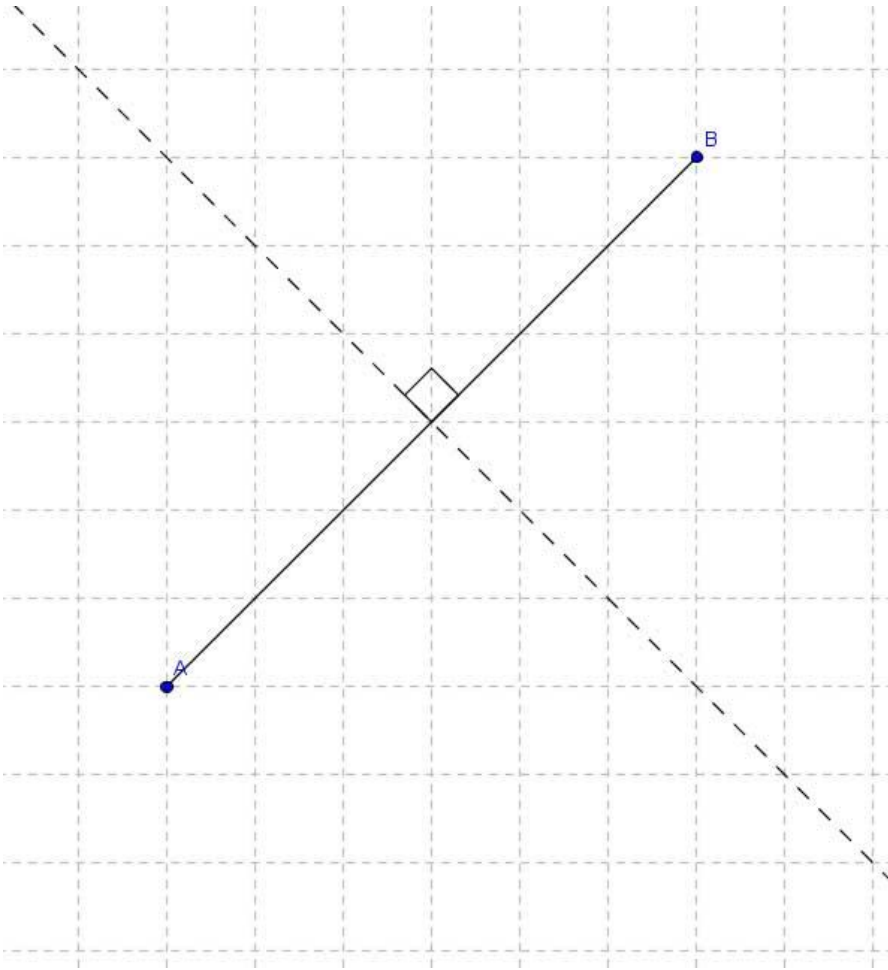


Hiernaast staat de cirkel met middelpunt M en straal $2\frac{1}{2}$ cm
In het kort: $\odot(M, 2\frac{1}{2} \text{ cm})$

- Op de zwarte cirkel liggen alle punten P met $PM = 2\frac{1}{2} \text{ cm}$
- In het rode **binnengebied** liggen alle punten P met $PM < 2\frac{1}{2} \text{ cm}$
- In het groene **buitengebied** liggen alle punten P met $PM > 2\frac{1}{2} \text{ cm}$

Als er geen lengte-eenheid gegeven wordt, gaat het om centimeters.

2.1 Cirkel en middelloodlijn [2]



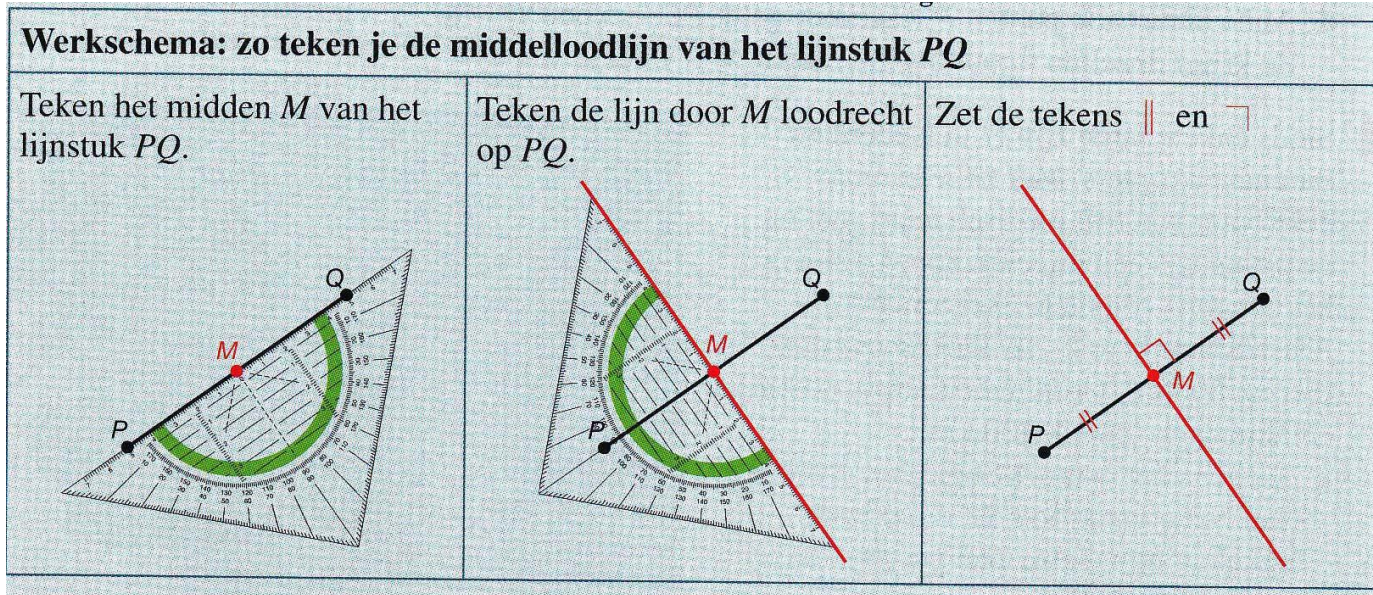
- De gestippelde lijn staat loodrecht op het lijnstuk AB;
- De gestippelde lijn gaat door het midden van het lijnstuk AB.

Middelloodlijn:

De lijn die door het midden van een lijnstuk gaat en er loodrecht op staat.

- Elk punt op de middelloodlijn van lijnstuk AB ligt even ver van A als van B;
- Alle punten die even ver van A als van B liggen, zijn samen de middelloodlijn van het lijnstuk AB.

2.1 Cirkel en middelloodlijn [2]



2.1 Cirkel en middelloodlijn [2]

Voorbeeld:

Teken de punten $A(6, 4)$, $B(2, 2)$ en $C(4, 5)$

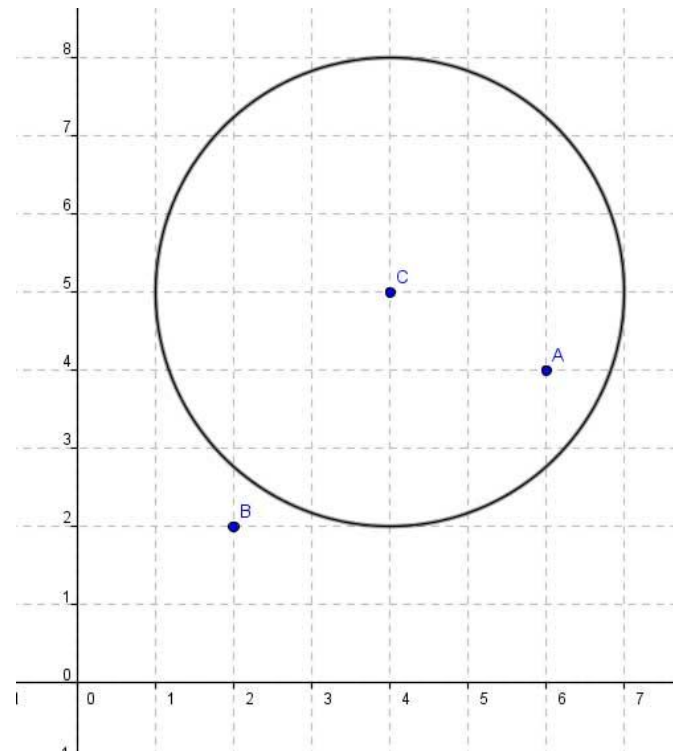
Kleur alle punten rood die even ver van A als B liggen en waarvan de afstand tot C meer dan 3 centimeter is.

Stap 1:

Teken een assenstelsel met de punten A en B.

Teken in dit assenstelsel de cirkel met middelpunt C en straal 3 centimeter.

Op deze cirkel liggen alle punten met een afstand tot C van 3 centimeter.



2.1 Cirkel en middelloodlijn [2]

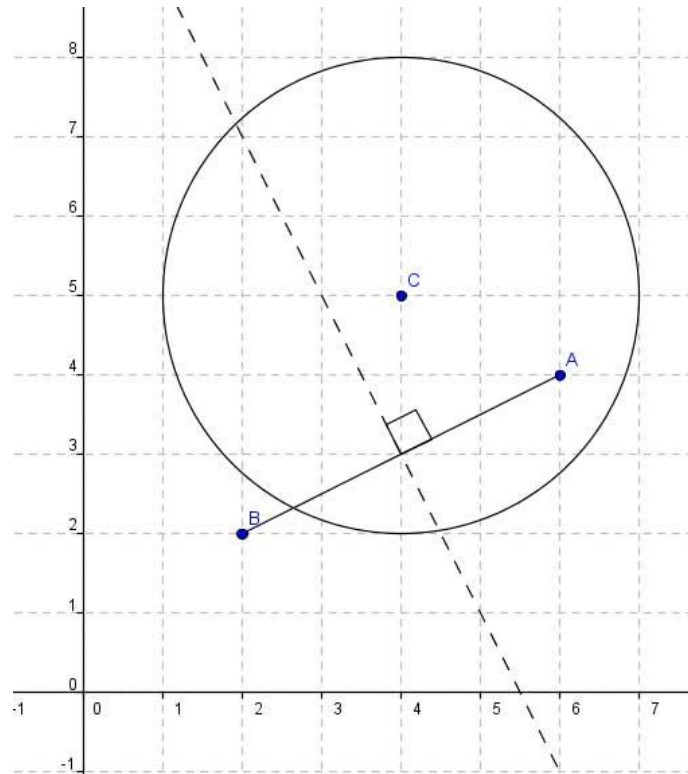
Voorbeeld:

Teken de punten $A(6, 4)$, $B(2, 2)$ en $C(4, 5)$

Kleur alle punten rood die even ver van A als B liggen en waarvan de afstand tot C meer dan 3 centimeter is.

Stap 2:

Teken de middelloodlijn van lijnstuk AB. Nu krijg je alle punten die even ver van A als B liggen.



2.1 Cirkel en middelloodlijn [2]

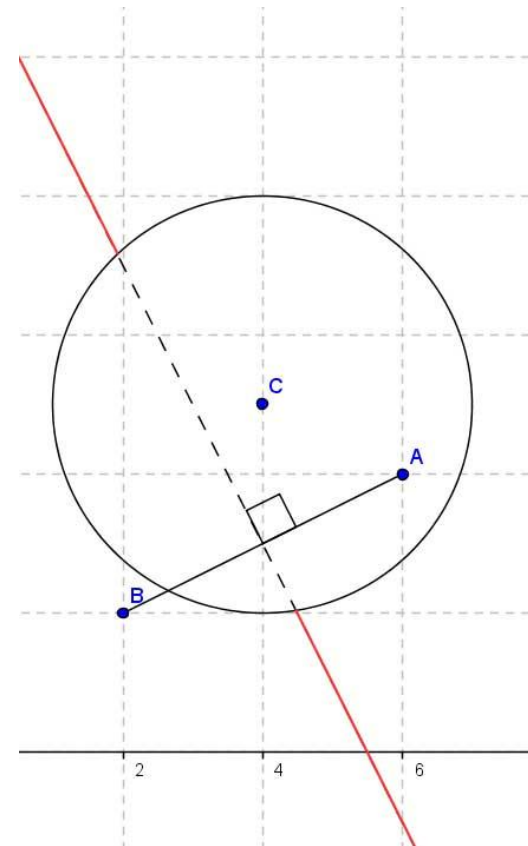
Voorbeeld:

Teken de punten $A(6, 4)$, $B(2, 2)$ en $C(4, 5)$

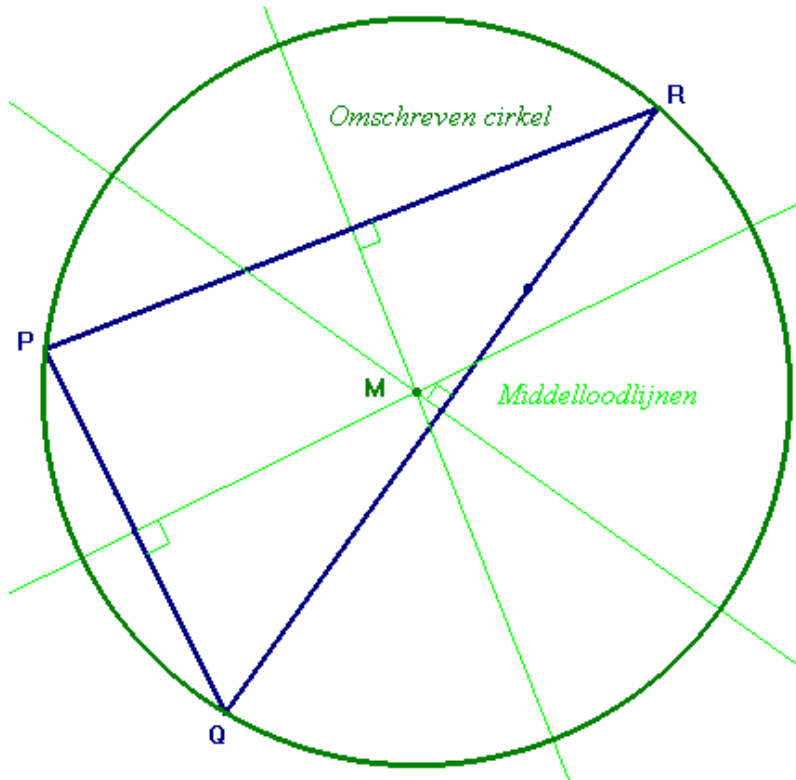
Kleur alle punten rood die even ver van A als B liggen en waarvan de afstand tot C meer dan 3 centimeter is.

Stap 3:

Het gedeelte van de middelloodlijn dat in het buitengebied van $\odot(C, 3)$ ligt, ligt op een afstand van meer dan 3 centimeter van C. Dit deel van de middelloodlijn moet dus rood gekleurd worden.



2.1 Cirkel en middelloodlijn [3]



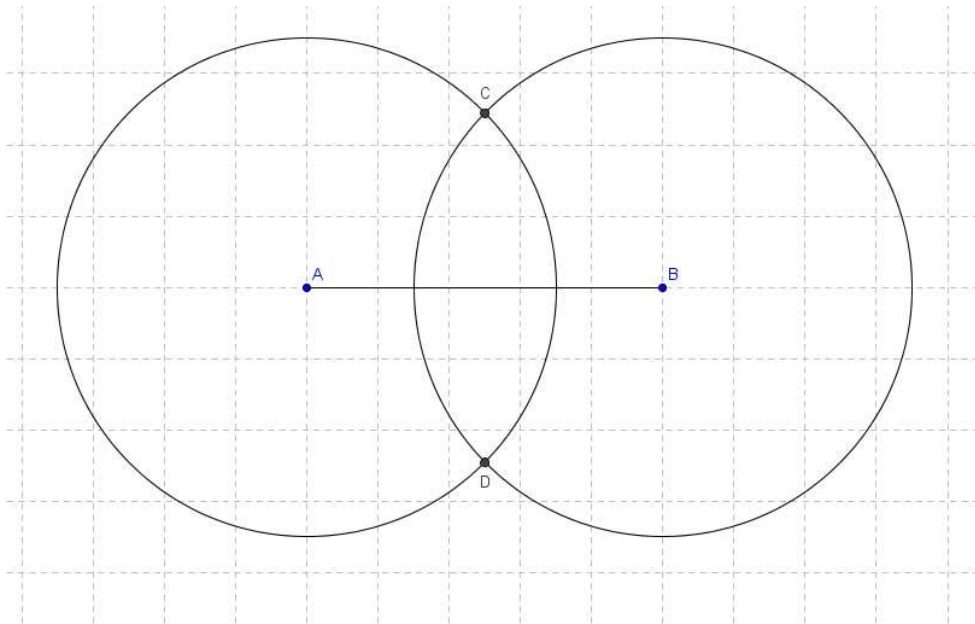
Hiernaast is de omschreven cirkel van $\triangle PQR$ getekend.

- De omschreven cirkel van $\triangle PQR$ gaat door de drie hoekpunten van de driehoek;
- De omschreven cirkel van $\triangle PQR$ heeft als middelpunt het snijpunt van de middelloodlijnen van de zijden.

2.1 Cirkel en middelloodlijn [3]

Constructie van een middelloodlijn:

Construeer de middelloodlijn (gebruik alleen potlood, passer en liniaal) van het gegeven lijnstuk AB.



Stap 1:

Teken een cirkel met middelpunt A en een straal groter dan de halve afstand van AB.

Stap 2:

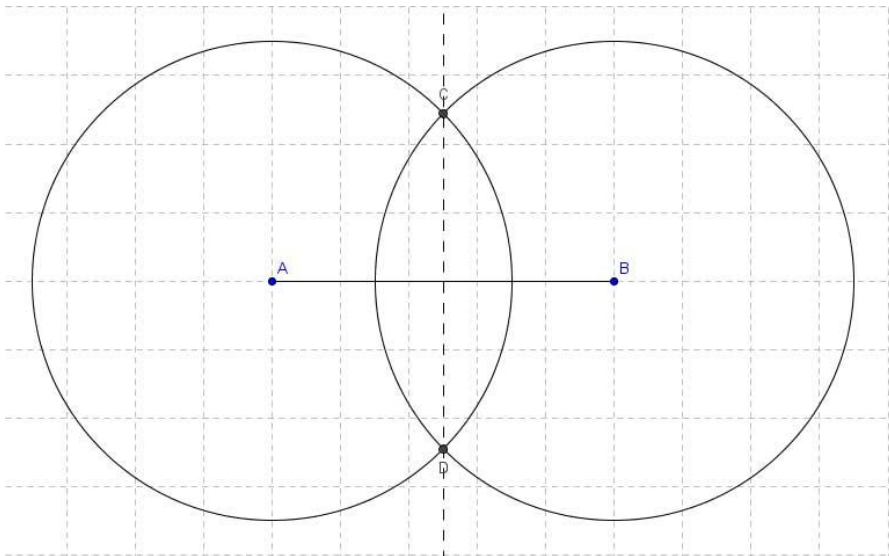
Teken een cirkel met middelpunt B en een even grote straal als de eerste cirkel.

Je krijgt nu de snijpunten C en D van beide cirkels.

2.1 Cirkel en middelloodlijn [3]

Constructie van een middelloodlijn:

Construeer de middelloodlijn (gebruik alleen potlood, passer en liniaal) van het gegeven lijnstuk AB.

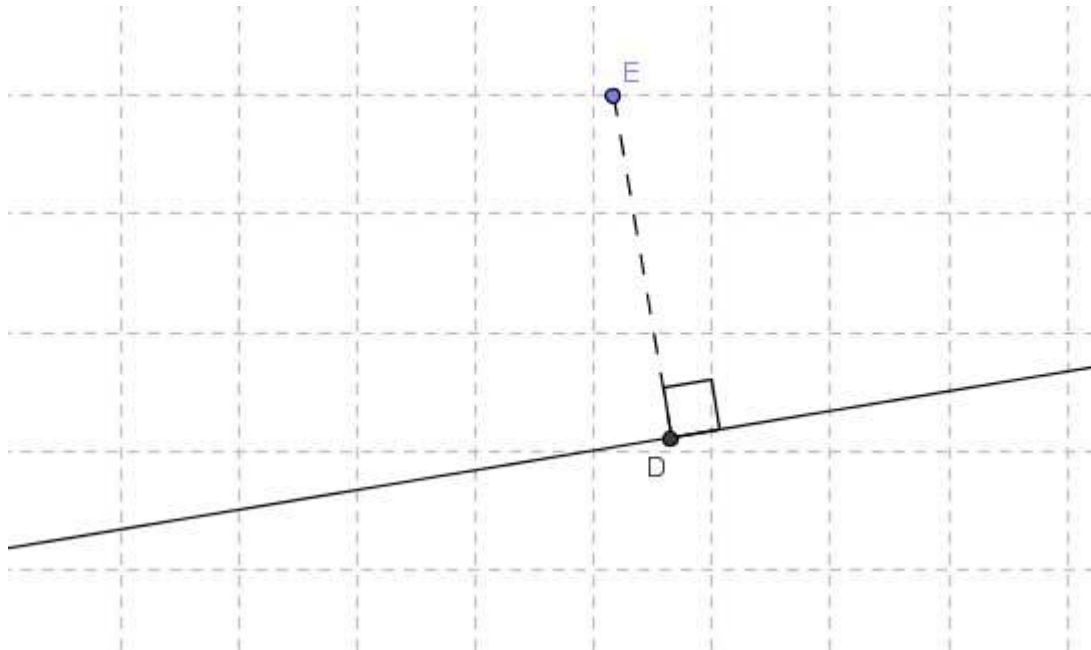


- Omdat beide cirkels dezelfde straal hebben, ligt C op gelijke afstand van de middelpunten A en B.
- Omdat beide cirkels dezelfde straal hebben, ligt D op gelijke afstand van de middelpunten A en B.
- De lijn door C en D gaat dus door alle punten op gelijke afstand van A en B. Dit is de middelloodlijn van lijnstuk AB.

2.2 De bissectrice [1]

De afstand van een punt tot een lijn:

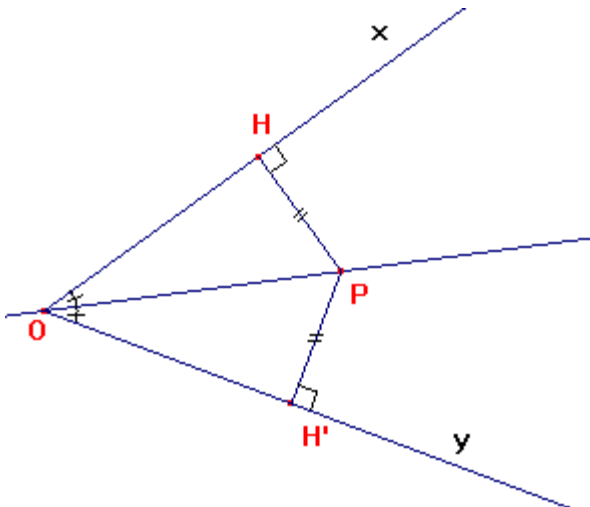
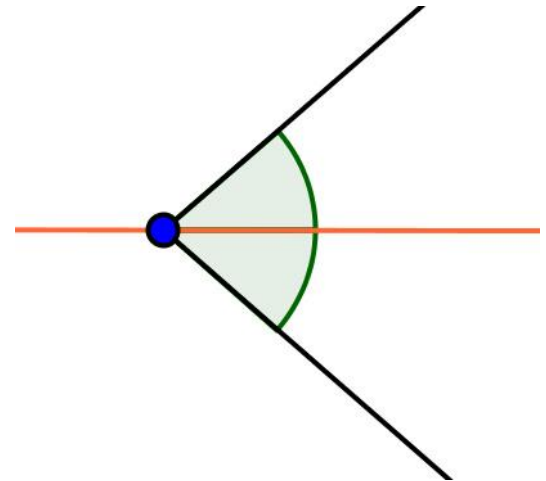
De afstand van het punt E tot de lijn kun je vinden door een loodlijn vanuit punt E op de gegeven lijn te tekenen.



2.2 De bissectrice [1]

Bissectrice:

Dit is een lijn, die een hoek door de midden deelt.



Voor elk punt dat op de bissectrice ligt, geldt: de afstand tot beide benen van de hoek is gelijk.

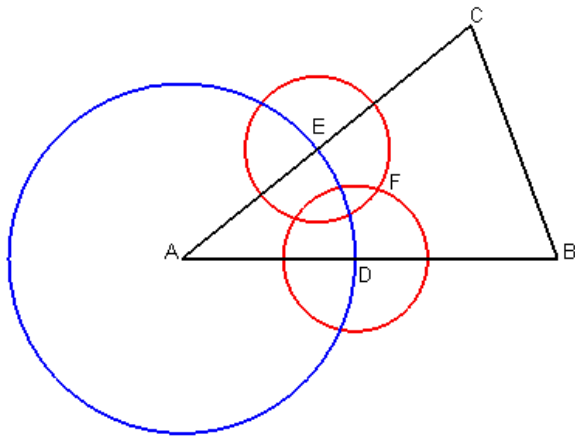
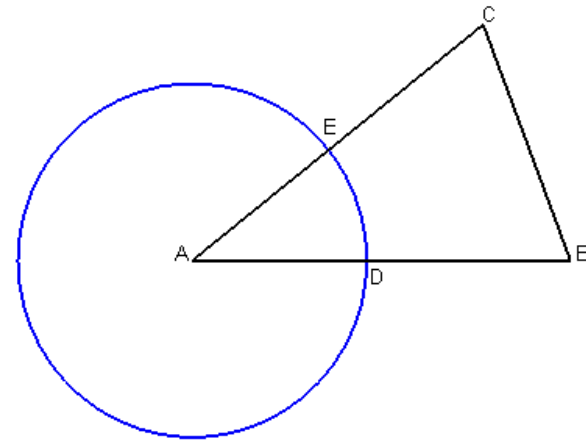
2.2 De bissectrice [1]

Constructie van een bissectrice

Construeer de bissectrice (gebruik alleen potlood, passer en liniaal) die hoort bij hoek A van een gegeven driehoek.

Stap 1:

Teken een cirkel met middelpunt A.
De snijpunten met $\triangle ABC$ zijn de punten D en E.



Stap 2:

Teken een cirkel met middelpunt D.
Teken een cirkel met middelpunt E.
Zorg dat beide cirkels dezelfde straal hebben.

2.2 De bissectrice [1]

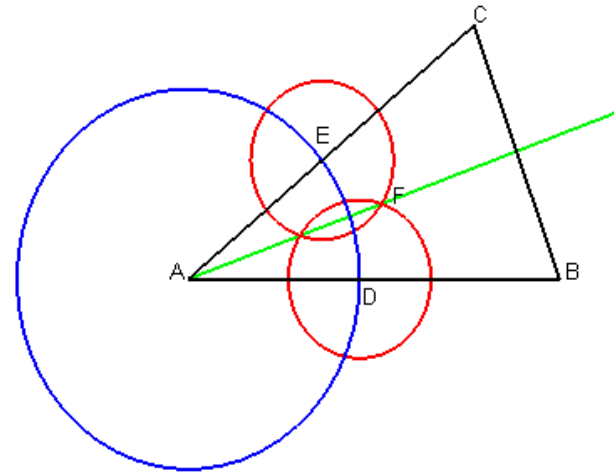
Constructie van een bissectrice

Construeer de bissectrice (gebruik alleen potlood, passer en liniaal) die hoort bij hoek A van een gegeven driehoek.

Stap 3:

Trek een lijn door punt A en de snijpunten van de cirkels met middelpunten D en E.

Deze (groene) lijn is de bissectrice van hoek A.



2.2 De bissectrice [2]

Overzicht hoeken berekenen:

- Overstaande hoeken zijn gelijk
- Een gestrekte hoek is 180°
- De drie hoeken van een driehoek zijn samen 180°

Voorbeeld:

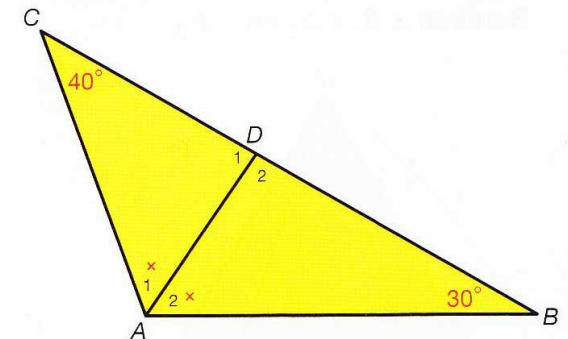
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 40^\circ$ en $\angle A_1 = \angle A_2$. Bereken $\angle D_1$ en $\angle D_2$.

$$\begin{aligned} \text{(in } \triangle ABC) \angle A_{12} &= 180^\circ - \angle B - \angle C \text{ (}\angle\text{-som } \triangle) \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ \end{aligned}$$

$$\angle A_1 = \angle A_2 = \angle A_{12} / 2 = 110^\circ / 2 = 55^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{(in } \triangle ADC) \angle D_1 &= 180^\circ - \angle A_1 - \angle C \text{ (}\angle\text{-som } \triangle) \\ &= 180^\circ - 55^\circ - 40^\circ = 85^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle D_2 &= 180^\circ - \angle D_1 \text{ (gestrekte hoek)} \\ &= 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ \end{aligned}$$

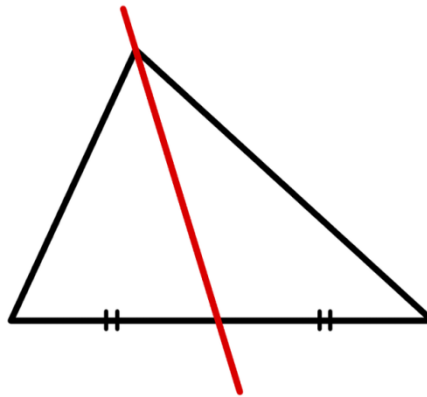


figuur 7.49

2.3 Zwaartelijn en hoogtelijn [1]

Zwaartelijn:

Een zwaartelijn in een driehoek is een lijn die gaat door een hoekpunt en het **midden** van de overstaande zijde.

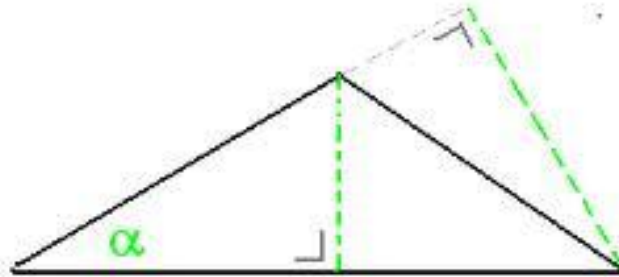


Een driehoek heeft drie zwaartelijnen. De drie zwaartelijnen gaan door één punt. Dit punt is het **zwaartepunt** van de driehoek.

2.3 Zwaartelijn en hoogtelijn [1]

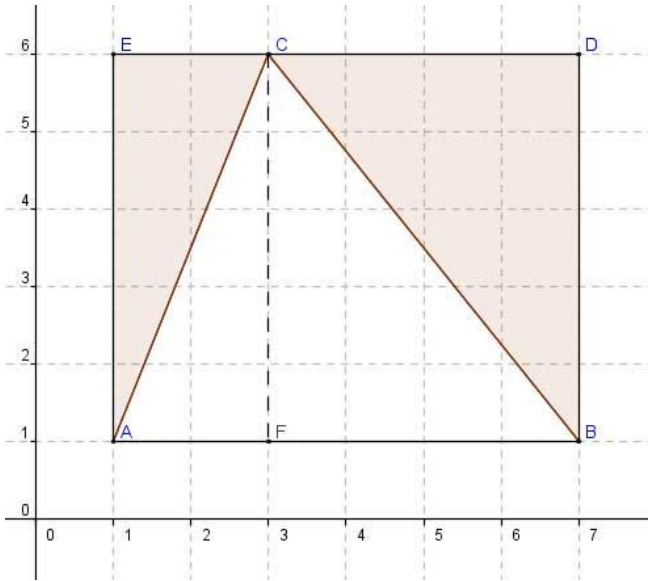
Hoogtelijn:

Een hoogtelijn van een driehoek is een lijn die door een hoekpunt gaat en **loodrecht** op de overstaande zijde staat.



Een driehoek heeft drie hoogtelijnen. In het plaatje hierboven zijn van een driehoek twee hoogtelijnen getekend. De driehoek hierboven heeft één hoek van meer dan 90° (**stomphoekige driehoek**). Om een van de hoogtelijnen te tekenen moet je een zijde van deze driehoek verlengen.

2.4 De oppervlakte van een driehoek [1]



$$\begin{aligned}\text{Opp. rechthoek ABDE} &= AB \cdot BD \\ &= 6 \cdot 5 = 30\end{aligned}$$

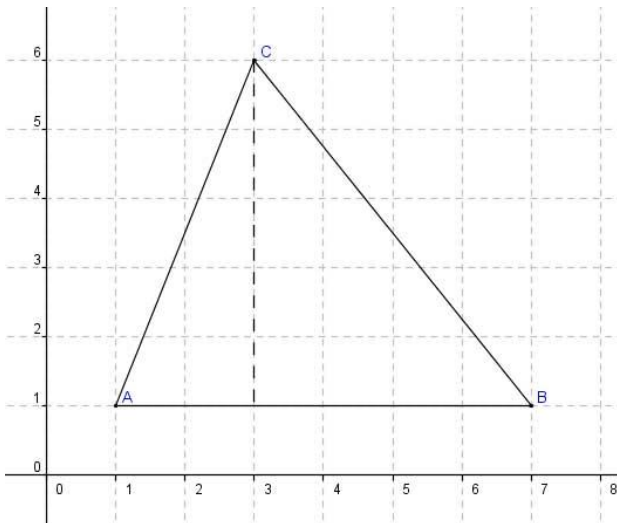
De driehoek ABC ligt binnen de rechthoek ABDE.

Let op:

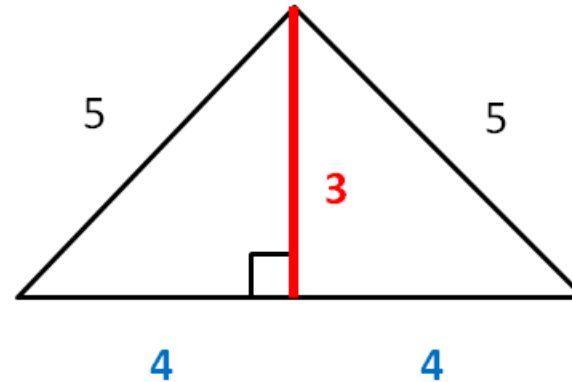
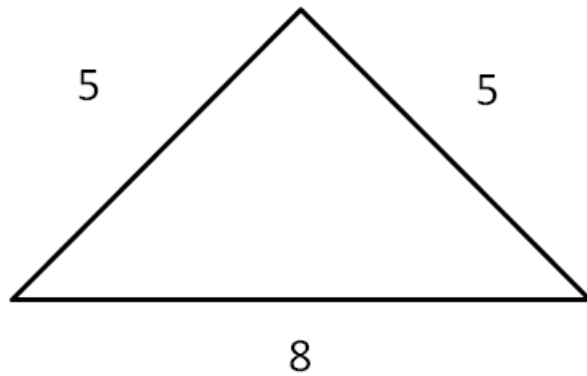
- $\triangle ABC$ bestaat uit $\triangle ACF$ en $\triangle BCF$;
- $\triangle ACF$ is even groot als $\triangle ACE$;
- $\triangle BCF$ is even groot als $\triangle BDC$.

Rechthoek ABDE is dus twee keer zo groot als $\triangle ABC$

$$\begin{aligned}\text{Opp. driehoek ABC} &= \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte} \\ &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CF \\ &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15\end{aligned}$$



2.4 De oppervlakte van een driehoek [1]

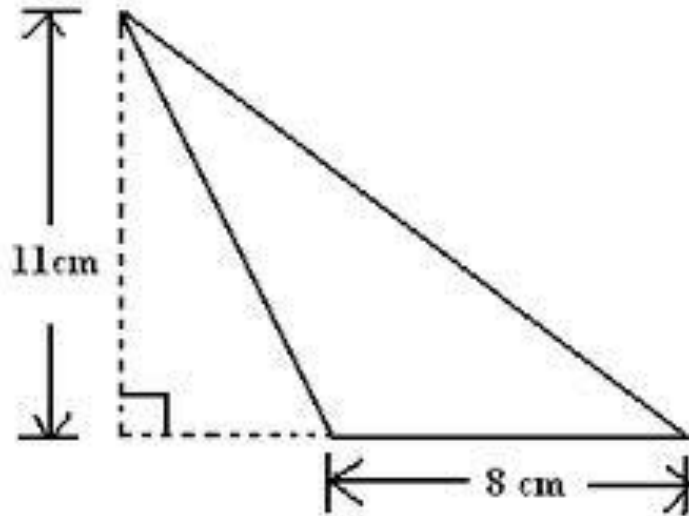


$$\begin{aligned}\text{Opp driehoek} &= \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Let op:

1. De hoogte staat loodrecht op de zijde en gaat door het overstaande hoekpunt van de zijde.
2. Je kunt dus elke zijde als basis nemen, zolang je de bijbehorende hoogte weet.

2.4 De oppervlakte van een driehoek [1]



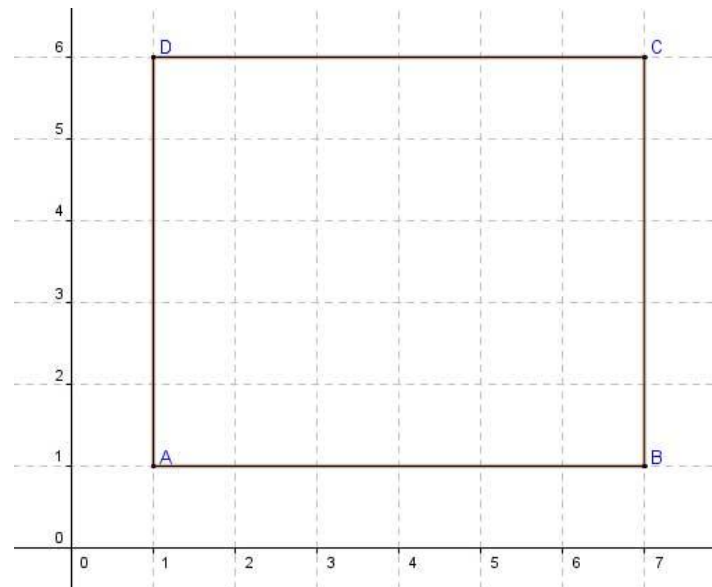
In een stomphoekige driehoek moet je de basis verlengen om hier loodrecht de hoogte op te kunnen tekenen.

$$\begin{aligned}\text{Opp driehoek} &= \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 11 = 44 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

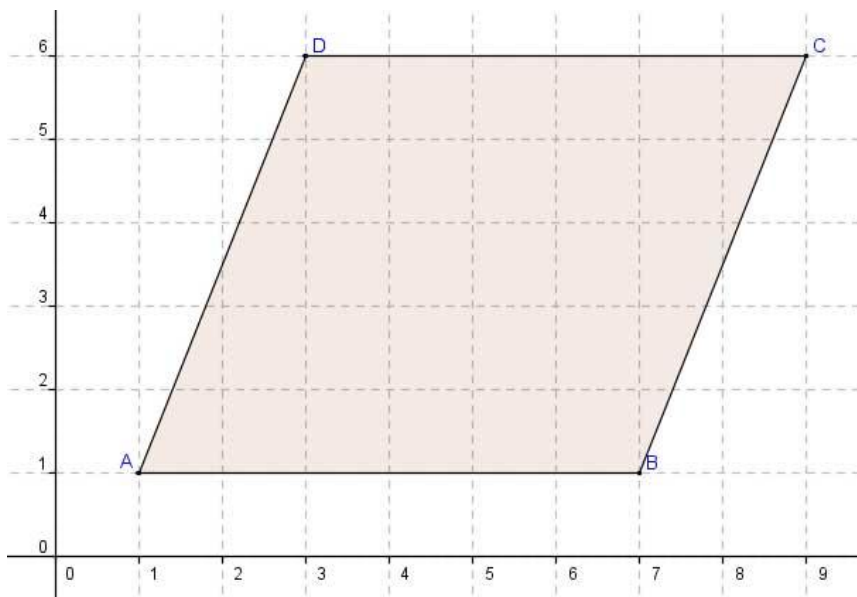
2.5 De oppervlakte van een vierhoek [1]

Herhaling:

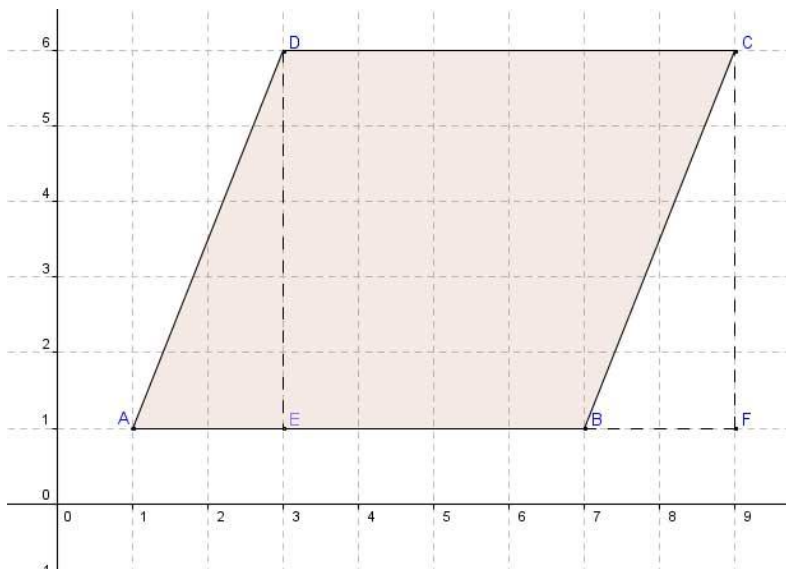
Oppervlakte rechthoek ABCD = $AB \cdot BC$



We gaan nu de oppervlakte berekenen van het parallellogram ABCD.



2.5 De oppervlakte van een vierhoek [1]



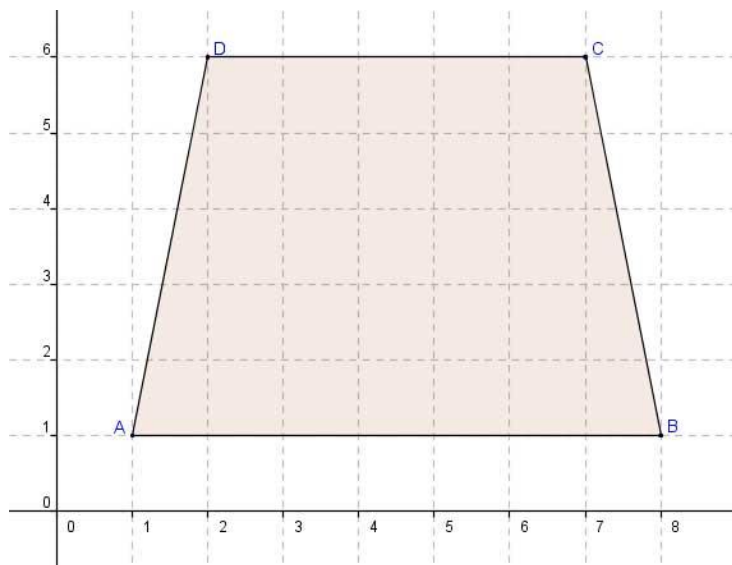
De driehoeken AED en BFC zijn even groot.

We snijden nu de driehoek AED van het parallellogram af en plakken deze driehoek er aan de rechterkant weer aan. Zo ontstaat rechthoek EFCD. Parallellogram ABCD en Rechthoek EFCD zijn nu even groot.

$$\text{Opp. Rechthoek EFCD} = EF \cdot DE = 6 \cdot 5 = 30$$

$$\begin{aligned} \text{Opp. Parallellogram ABCD} &= \text{zijde} \cdot \text{bijbehorende hoogte} \\ &= AB \cdot DE \\ &= 6 \cdot 5 = 30 \end{aligned}$$

2.5 De oppervlakte van een vierhoek [2]



Een **trapezium** is een vierhoek waarvan één paar overstaande zijden evenwijdig is.

We gaan nu de oppervlakte van het trapezium ABCD berekenen.

2.5 De oppervlakte van een vierhoek [2]



We tekenen aan de rechterkant van trapezium ABCD nogmaals dit trapezium, maar dan op zijn kop. Nu ontstaat parallellogram AEFD.

$$\begin{aligned}\text{Opp. Parallellogram AEFD} &= AE \cdot \text{hoogte} \\ &= (AB + BE) \cdot \text{hoogte} \\ &= (7 + 5) \cdot 5 = 12 \cdot 5 = 60\end{aligned}$$

Let op:

Parallellogram AEFD is twee keer zo groot als trapezium ABCD.

De oppervlakte van trapezium ABCD is dus 30.

2.5 De oppervlakte van een vierhoek [2]



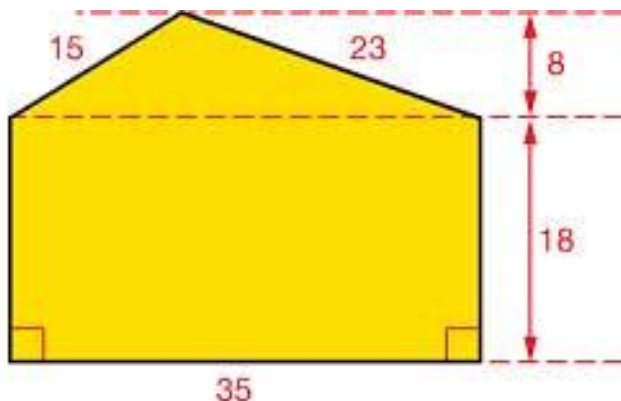
We tekenen aan de rechterkant van trapezium ABCD nogmaals dit trapezium, maar dan op zijn kop. Nu ontstaat parallellogram AEFD.

$$\begin{aligned}\text{Opp. Trapezium ABCD} &= \frac{1}{2} \cdot (AB + CD) \cdot \text{hoogte} \\ &= \frac{1}{2} \cdot (7 + 5) \cdot 5 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30\end{aligned}$$

Algemeen:

$$\text{Opp. Trapezium} = \frac{1}{2} \cdot (\text{som van de evenwijdige zijden}) \cdot \text{hoogte}$$

2.5 De oppervlakte van een vierhoek [3]

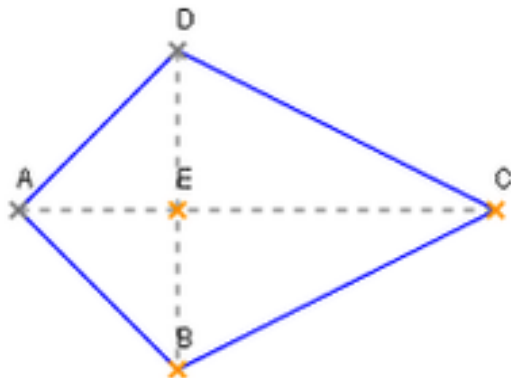


Voorbeeld:

Bereken de oppervlakte van deze figuur.
Alle afmetingen zijn gegeven in centimeters.

Verdeel de figuur nu in vlakke figuren, die je kent.

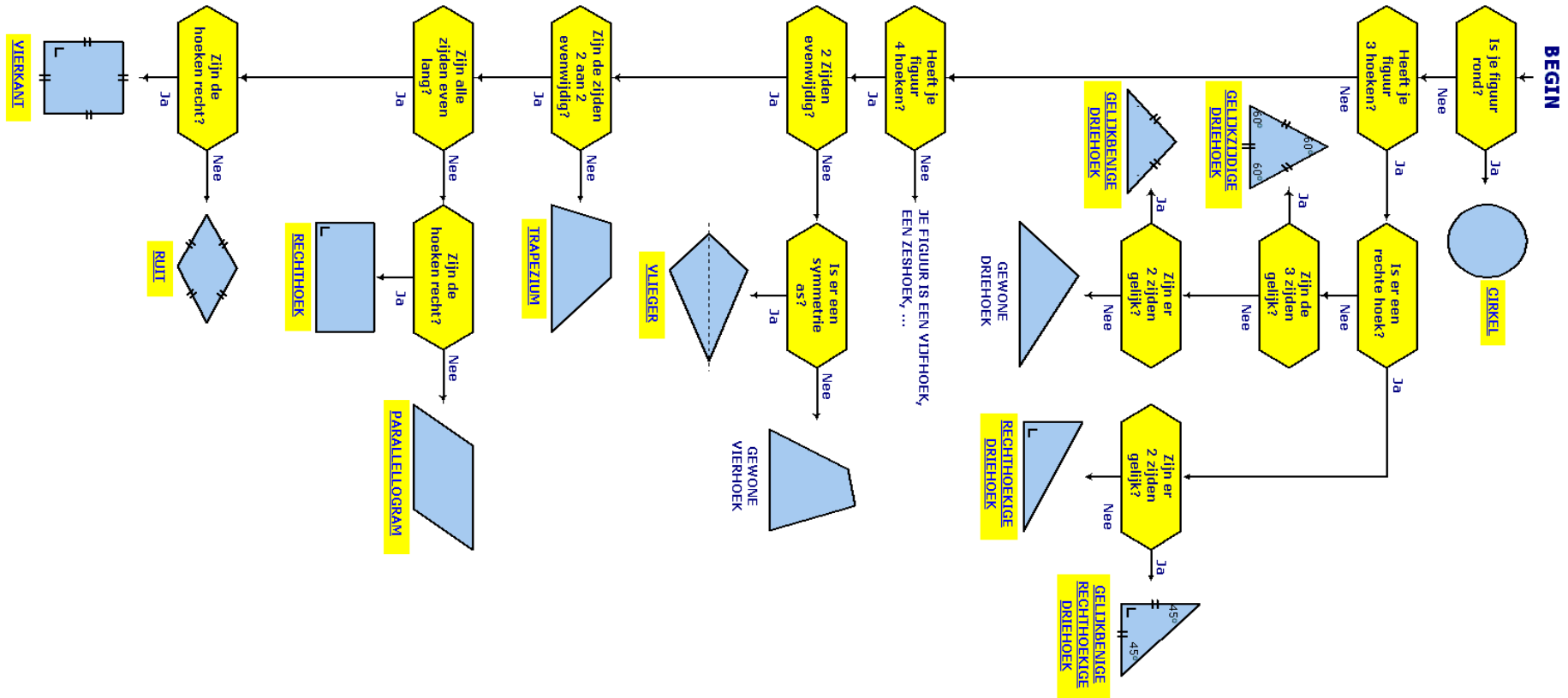
$$\begin{aligned}\text{Opp. Figuur} &= \text{Opp. rechthoek} + \text{Opp. driehoek} \\ &= 35 \cdot 18 + \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 8 \\ &= 630 + 140 = 770 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



Een **vlieger** is een vierhoek waarvan precies één van de diagonalen een symmetrieas is.

Een vlieger bestaat dus uit twee gelijke driehoeken.

2 Samenvatting [1]



Met dank aan:

<http://www2.cdb.gsf.nl/dedigitalebrink/onderbouw/wiskunde/vlakke-figuren.htm>

2 Samenvatting

Middelloodlijn:

De lijn die door het midden van een lijnstuk gaat en er loodrecht op staat.

De afstand van een punt tot een lijn:

De afstand van het punt E tot de lijn kun je vinden door een loodlijn vanuit punt E op de gegeven lijn te tekenen.

Bissectrice:

Dit is een lijn, die een hoek door de midden deelt.

Overzicht hoeken berekenen:

- Overstaande hoeken zijn gelijk
- Een gestrekte hoek is 180°
- De drie hoeken van een driehoek zijn samen 180°

Zwaartelijn:

Een zwaartelijn in een driehoek is een lijn die gaat door een hoekpunt en het **midden** van de overstaande zijde.

2 Samenvatting

Hoogtelijn:

Een hoogtelijn van een driehoek is een lijn die door een hoekpunt gaat en **loodrecht** op de overstaande zijde staat.

Een **trapezium** is een vierhoek waarvan één paar overstaande zijden evenwijdig is.

Oppervlakten:

Opp. Rechthoek

= lengte · breedte

Opp. Parallellogram

= zijde · bijbehorende hoogte

Opp. Trapezium

= $\frac{1}{2} \cdot (\text{som van de evenwijdige zijden}) \cdot \text{hoogte}$