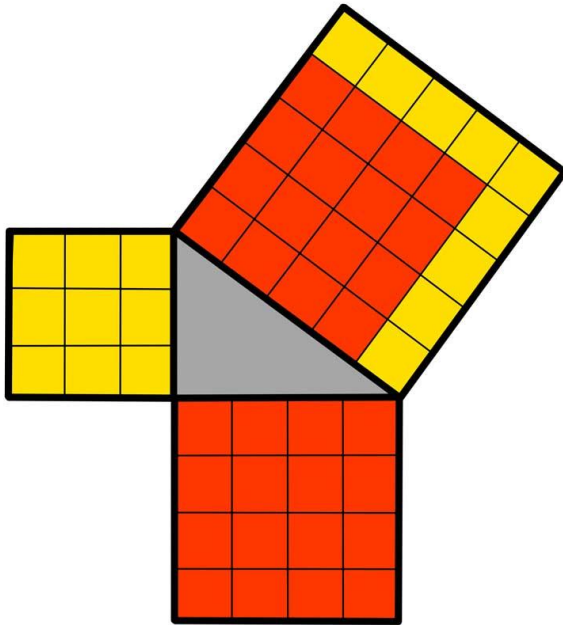


6.1 Rechthoekige driehoeken [1]



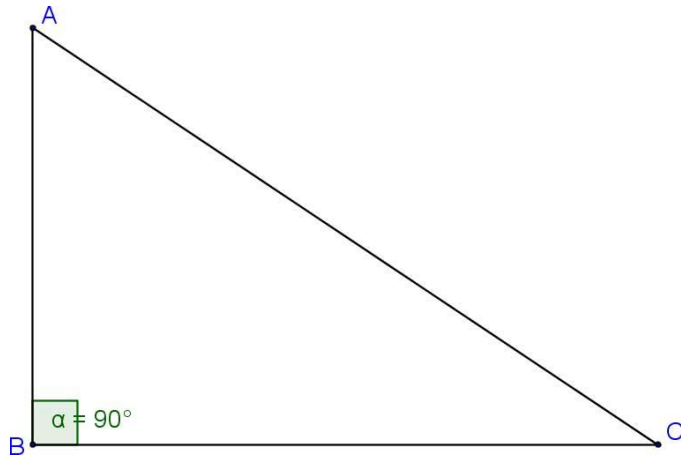
In het plaatje hiernaast is een **rechthoekige** driehoek getekend. Aan elke zijde van deze driehoek ligt een vierkant.

Het gele vierkant heeft een oppervlakte van 9 hokjes;
Het rode vierkant heeft een oppervlakte van 16 hokjes;
Het vierkant dat aan de schuine zijde van de driehoek ligt, heeft een oppervlakte van 25 hokjes.

Stelling van Pythagoras (bij een rechthoekige driehoek):

Oppervlakte gele vierkant + Oppervlakte rode vierkant = Oppervlakte geel/rode vierkant

6.1 Rechthoekige driehoeken [2]



Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek.
Eén van de hoeken van deze driehoek is 90° .

Schuine zijde:

Dit is de zijde tegenover de rechte hoek.
(In deze driehoek zijde AC)

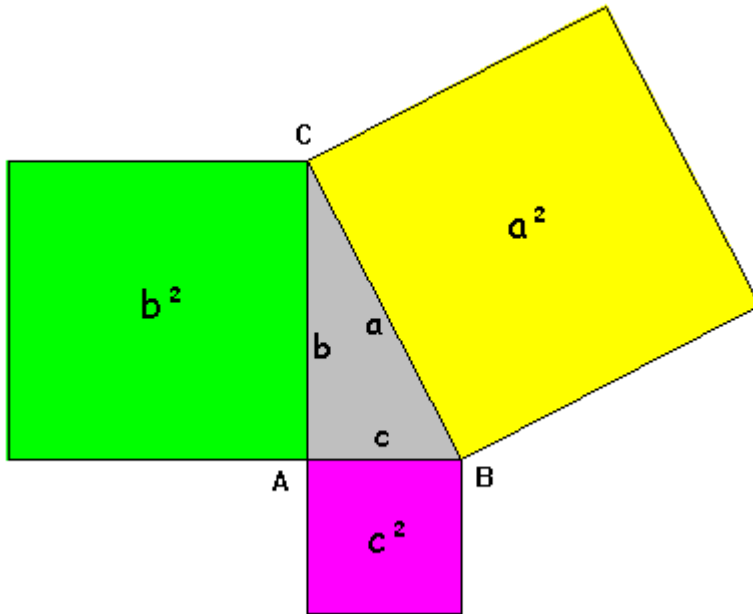
Rechthoekzijden:

Dit zijn de twee andere zijden van de driehoek.
(In deze driehoek zijden AB en BC)

Video – Stelling van Pythagoras:

(<http://www.youtube.com/watch?v=pVo6szYE13Y>)

6.1 Rechthoekige driehoeken [2]



Oppervlakte paarse vierkant = $AB \times AB = AB^2$

Oppervlakte groene vierkant = $AC \times AC = AC^2$

Oppervlakte gele vierkant = $BC \times BC = BC^2$

Stelling van Pythagoras (rechthoekige Δ):

Opp. paarse vierkant + Opp. groene vierkant =
Opp. gele vierkant

of

Stelling van Pythagoras (rechthoekige Δ):

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek met zijde BC (schuine zijde) en zijden AB en AC (rechthoekszijden).

Stelling van Pythagoras (rechthoekige Δ):

$$(\text{ene rechthoekzijde})^2 + (\text{andere rechthoekzijde})^2 = (\text{schuine zijde})^2$$

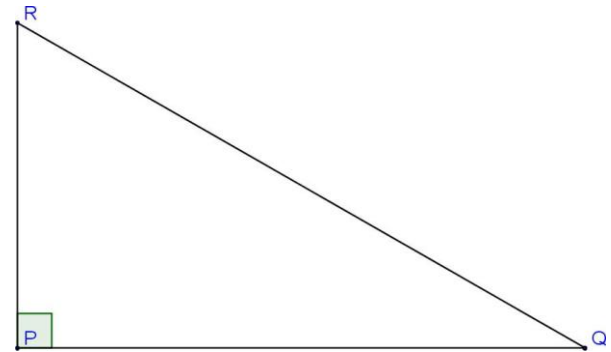
6.2 Het berekenen van schuine zijden [1]

Voorbeeld:

Van $\triangle PQR$ is $\angle P = 90^\circ$, $PQ = 7$ cm en $PR = 4$ cm.
Bereken QR in cm. Rond af op één decimaal.

Stap 1:

Maak een schets van $\triangle PQR$.



Stap 2:

$$PQ^2 + PR^2 = QR^2$$

$$7^2 + 4^2 = QR^2$$

$$49 + 16 = QR^2$$

$$QR^2 = 65$$

$$QR = \sqrt{65} \approx 8,1 \text{ cm}$$

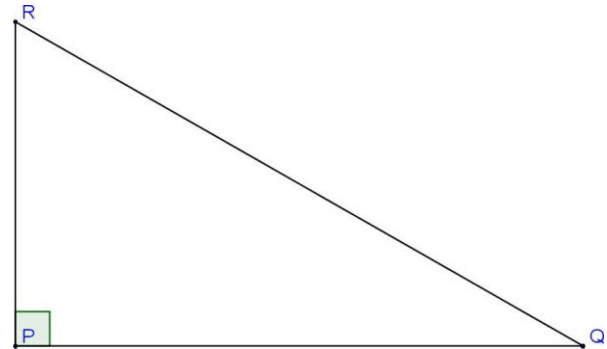
6.3 Berekeningen met de stelling van Pythagoras [1]

Voorbeeld:

Van $\triangle PQR$ is $\angle P = 90^\circ$, $QR = 8,5$ cm en $PR = 4$ cm.
Bereken PQ in cm. Rond af op één decimaal.

Stap 1:

Maak een schets van $\triangle PQR$.



Stap 2:

$$PQ^2 + PR^2 = QR^2$$

$$PQ^2 + 4^2 = 8,5^2$$

$$PQ^2 + 16 = 72,25$$

$$\quad - 16 \quad - 16$$

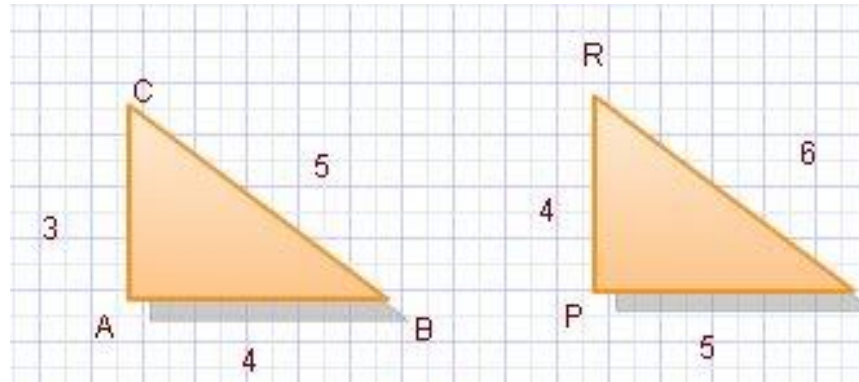
$$PQ^2 = 56,25$$

$$PQ = \sqrt{56,25} = 7,5 \text{ cm}$$

Let op:

Als je één van de rechthoekzijden niet kent, maar de schuine zijde wel, vul je alles wat bekend is in de stelling van Pythagoras in. Los de vergelijking op die dan ontstaat.

6.3 Berekeningen met de stelling van Pythagoras [2]



Je mag niet zomaar zeggen dat de twee driehoeken, die hierboven getekend zijn, rechthoekig zijn. In het plaatje is niet aangegeven dat één van de hoeken recht is. Je kunt echter wel controleren of er sprake is van een rechthoekige driehoek:

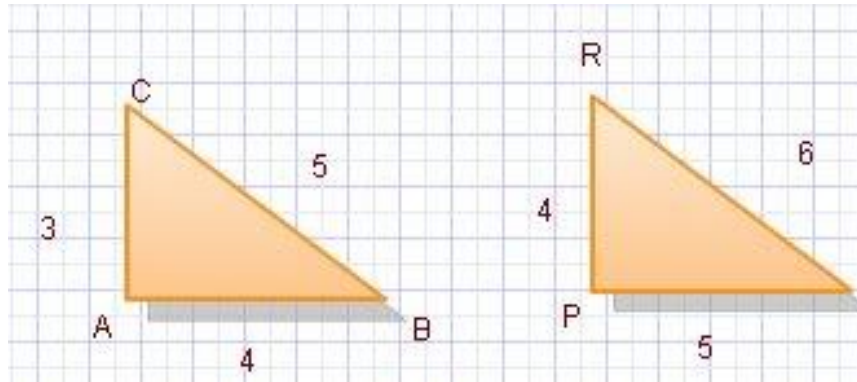
Omgekeerde stelling van Pythagoras:

Geldt in een driehoek

$$(\text{ene zijde})^2 + (\text{andere zijde})^2 = (\text{langste zijde})^2$$

dan is de hoek tegenover de langste zijde een rechte hoek.

6.3 Berekeningen met de stelling van Pythagoras [2]



Driehoek ABC is rechthoekig ALS geldt: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$AB^2 + AC^2 =$$

$$4^2 + 3^2 =$$

$$16 + 9 = 25$$

$$BC^2 = 5^2 = 25$$

Er geldt nu: $AB^2 + AC^2 = BC^2$ dus driehoek ABC is **wel** rechthoekig.

6.3 Berekeningen met de stelling van Pythagoras [2]

Voorbeeld:

Gegeven zijn de punten A(-3,4) en B(2, -1).

Bereken de afstand tussen A en B in twee decimalen nauwkeurig.

Stap 1:

Teken de punten A en B in een assenstelsel en maak de rechthoekige driehoek ABC.

Stap 2:

$$\angle C = 90^\circ$$

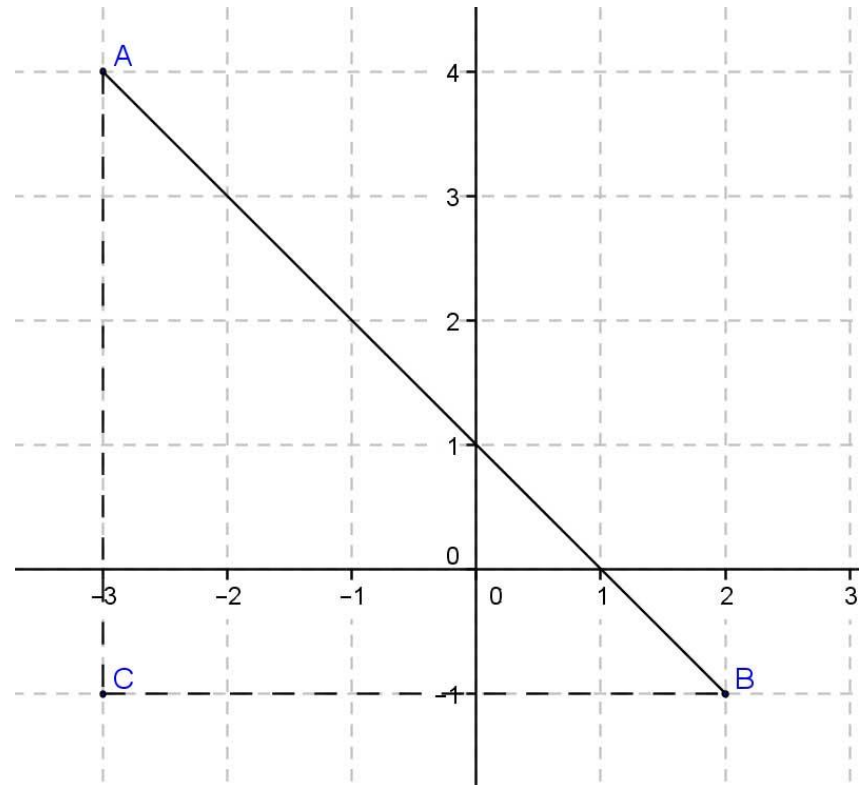
$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$5^2 + 5^2 = AB^2$$

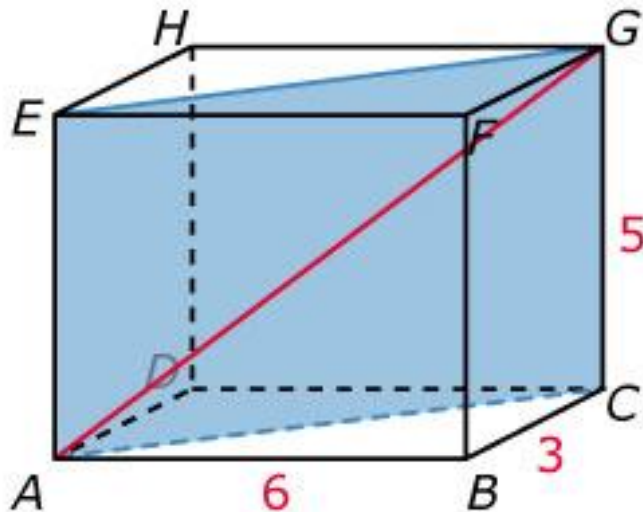
$$25 + 25 = AB^2$$

$$AB^2 = 50$$

$$AB = \sqrt{50} \approx 7,07$$



6.4 Pythagoras in de ruimte [1]



ABCD EFGH is een balk.

AG (en BH, CE, DF) zijn **lichaamsdiagonalen**.

De rechthoek ACGE is een **diagonaalvlak**.

6.4 Pythagoras in de ruimte [1]

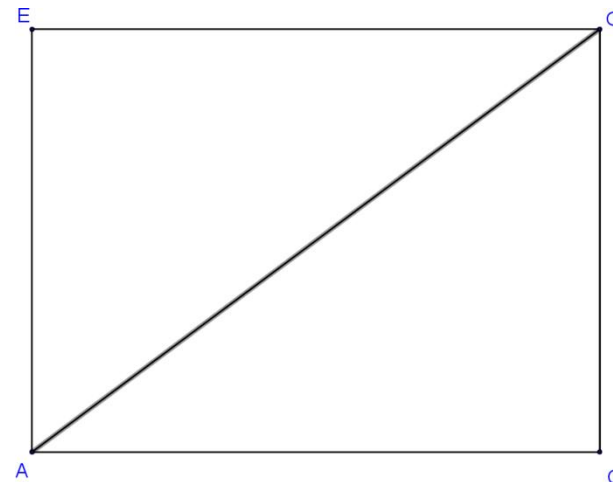
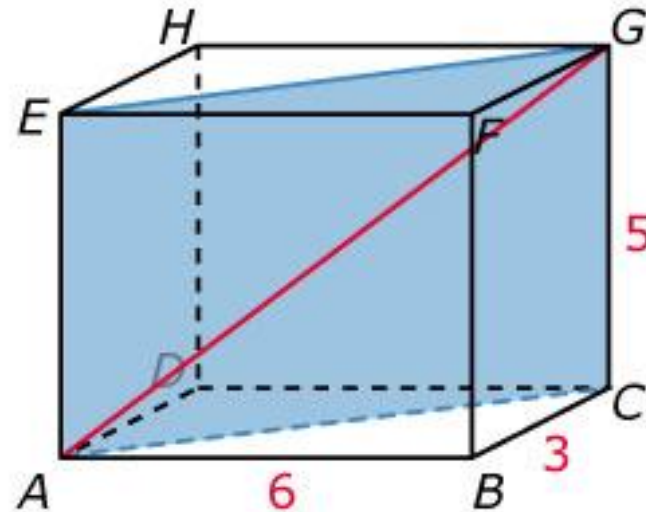
Voorbeeld:

Bereken in de balk ABCD EFGH
De lengte van de lichaamsdiagonaal
AG in cm. Rond af op één decimaal.

Stap 1:

AG ligt in rechthoek ACGE.

Uit het tekenen van rechthoek ACGE
volgt, dat AG in de rechthoekige driehoek
ACG ligt. De lengte van CG = 5 cm.
De lengte van AC is onbekend.



6.4 Pythagoras in de ruimte [1]

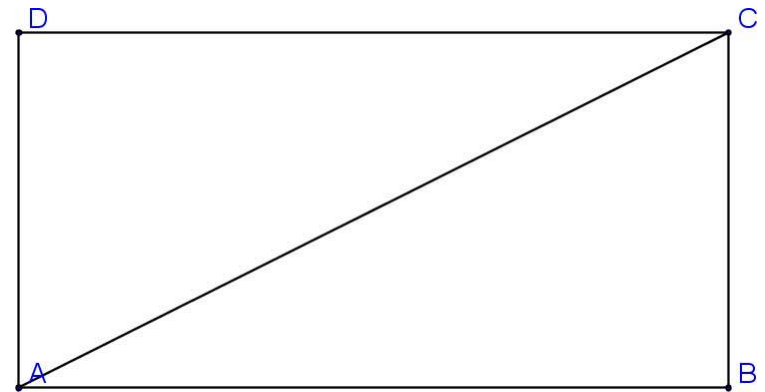
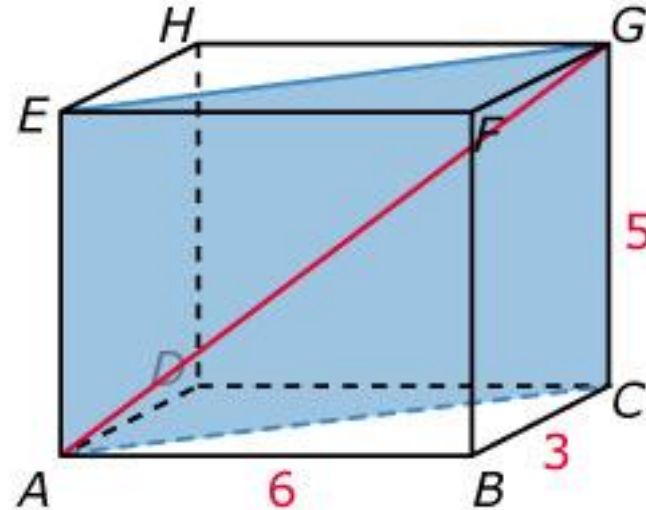
Voorbeeld:

Bereken in de balk ABCD EFGH
De lengte van de lichaamsdiagonaal
AG in cm. Rond af op één decimaal.

Stap 2:

AC ligt in rechthoek ABCD.

Uit het tekenen van rechthoek ABCD
volgt, dat AC in de rechthoekige driehoek
ABC ligt. De lengte van AB = 6 cm en
van BC 3 cm.



6.4 Pythagoras in de ruimte [1]

Voorbeeld:

Bereken in de balk ABCD EFGH
De lengte van de lichaamsdiagonaal
AG in cm. Rond af op één decimaal.

Stap 3:

Bereken AC.

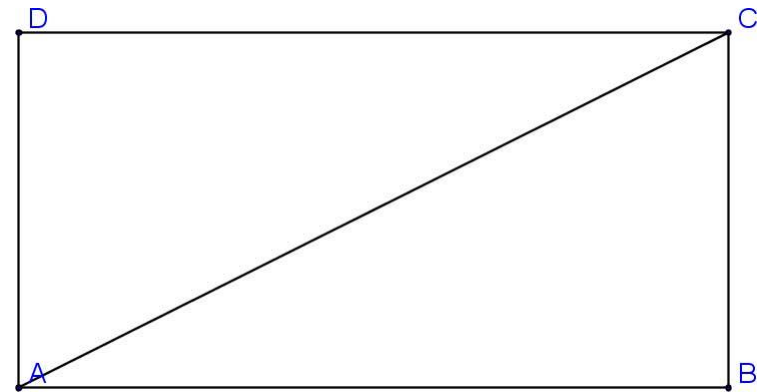
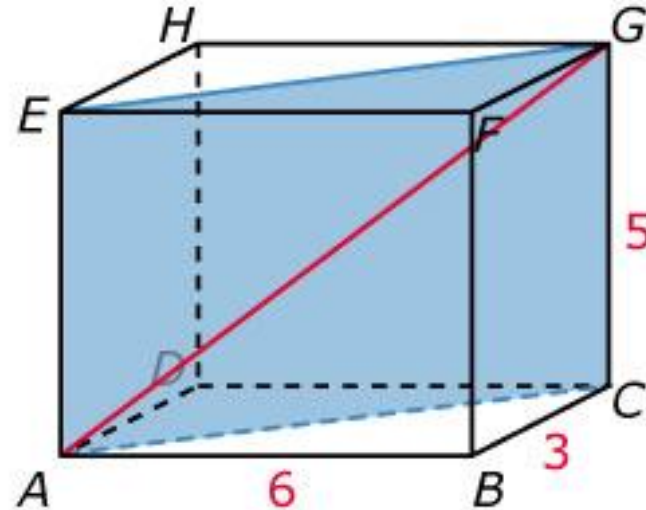
$\angle B = 90^\circ$ in $\triangle ABC$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

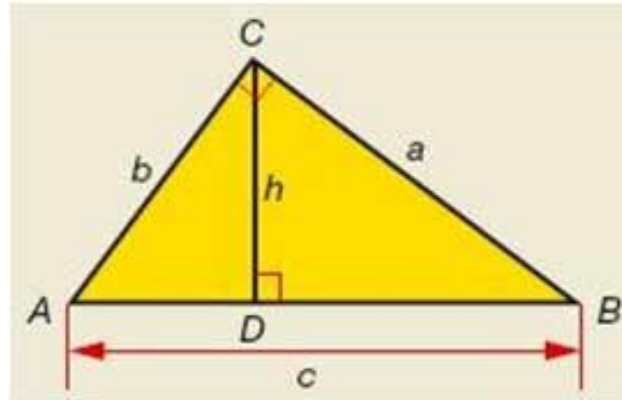
$$6^2 + 3^2 = AC^2$$

$$36 + 9 = AC^2$$

$$AC^2 = 45$$



6.5 Berekeningen in rechthoekige driehoeken [1]



De oppervlakte van de rechthoekige driehoek ABC kan op twee manieren
Berekend worden:

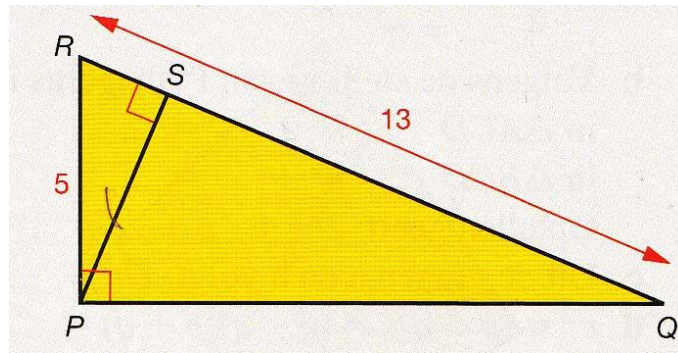
$$\begin{array}{lll} \text{Opp}(\triangle ABC) & = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD & \text{OF} & \text{Opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \\ & = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h & & = \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \end{array}$$

Hieruit volgt dus: $\frac{1}{2} \cdot b \cdot a = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$
 $b \cdot a = c \cdot h$

Stelling van Bach:

In een rechthoekige driehoek is het product van de rechthoekszijden gelijk aan het product van de schuine zijde en de bijbehorende hoogte.

6.5 Berekeningen in rechthoekige driehoeken [1]



Voorbeeld:

In $\triangle PQR$ is $\angle P = 90^\circ$, $PR = 5$ cm en $QR = 13$ cm.

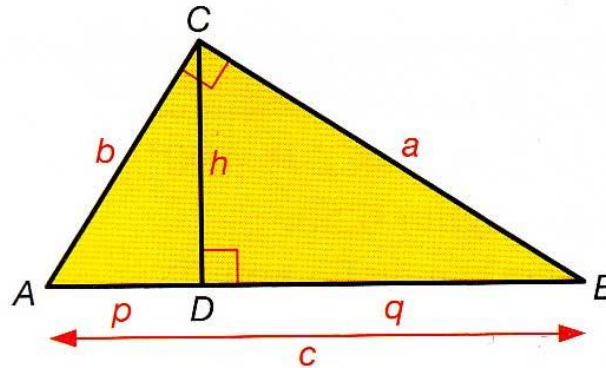
Bereken de hoogte PS in cm. Rond af op twee decimalen.

Stap 1:

Bereken de lengte van PQ

$$\begin{aligned}\angle P = 90^\circ, \text{ dus} \quad & PQ^2 + PR^2 = QR^2 \\ & PQ^2 + 25 = 169 \\ & PQ^2 = 144 \\ & PQ = \sqrt{144} = 12\end{aligned}$$

6.5 Berekeningen in rechthoekige driehoeken [2]



Hpq-stelling:

Verdeelt in een rechthoekige driehoek de hoogte h de schuine zijde in de stukken p en q , dan is $h^2 = pq$.

6.5 Berekeningen in rechthoekige driehoeken [2]

Voorbeeld:

Gegeven is de rechthoekige driehoek PQR met hoogte PT. Bereken de oppervlakte van ΔPQR in cm^2 . Rond af op twee decimalen.

Stap 1:

$$PT^2 = QT \cdot RT \quad (\text{hpq-stelling})$$

$$2,5^2 = 2 \cdot RT$$

$$6,25 = 2 \cdot RT$$

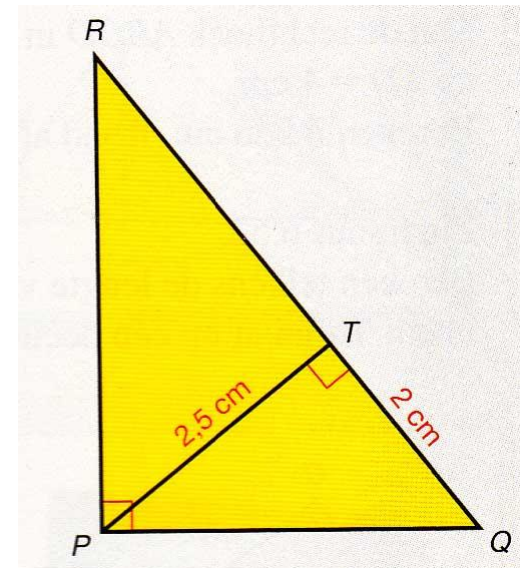
$$RT = 3,125 \text{ cm}$$

Stap 2:

$$QR = QT + RT = 2 + 3,125 = 5,125 \text{ cm}$$

Stap 3:

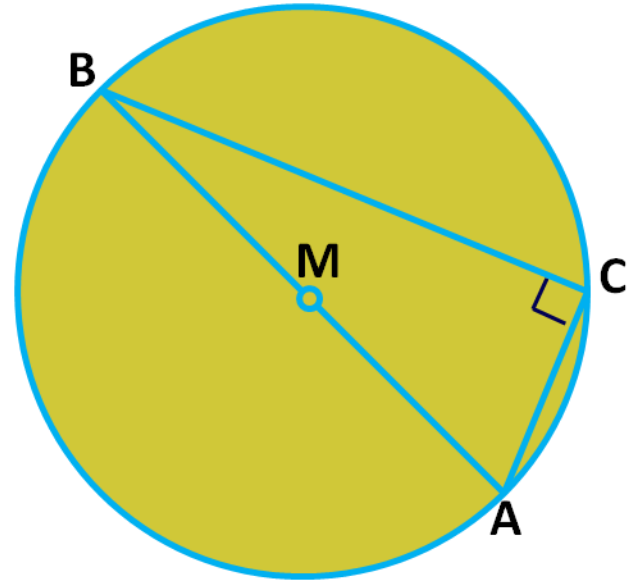
$$\begin{aligned} \text{Opp}(\Delta PQR) &= \frac{1}{2} \cdot QR \cdot PT \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5,125 \cdot 2,5 \approx 6,41 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



6.5 Berekeningen in rechthoekige driehoeken [2]

Stelling van Thales:

Als je een cirkel tekent met middellijn AB en een punt C op de cirkel en $\triangle ABC$, dan is $\triangle ABC$ rechthoekig met $\angle C = 90^\circ$.



6.5 Berekeningen in rechthoekige driehoeken [2]

Voorbeeld:

Bereken de omtrek van $\triangle PQR$ in mm.

Rond af op gehele.

Stap 1:

Vanwege de stelling van Thales geldt, dat $\triangle PQR$ rechthoekig is met $\angle R = 90^\circ$.

$$PR^2 + QR^2 = PQ^2$$

$$2,5^2 + QR^2 = 6^2$$

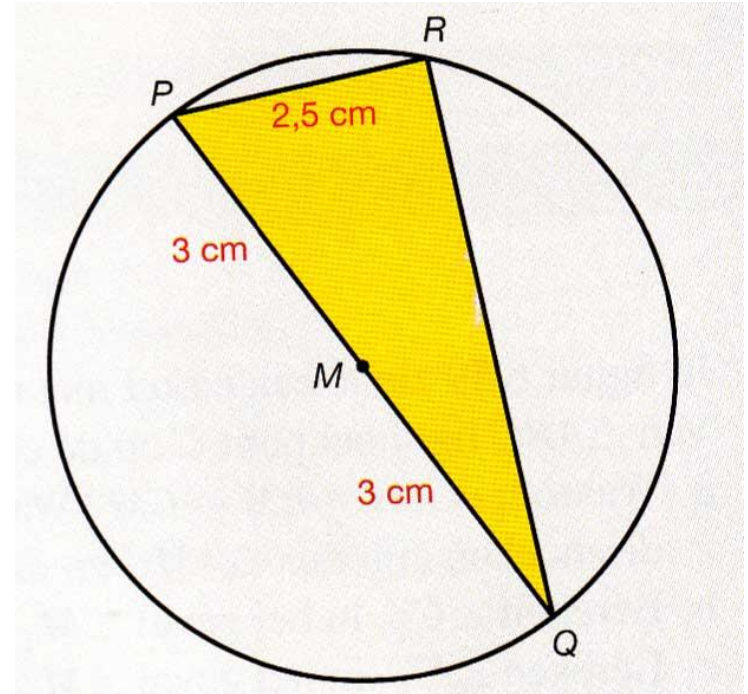
$$6,25 + QR^2 = 36$$

$$QR^2 = 29,75$$

$$QR = \sqrt{29,75} \approx 5,5 \text{ cm}$$

Stap 2:

$$\begin{aligned} \text{Omtrek} &= PQ + QR + PR \\ &= 6 + 5,5 + 2,5 = 14,0 \text{ cm} = 140 \text{ mm} \end{aligned}$$



6 Samenvatting

Stelling van Pythagoras (rechthoekige Δ):

$$(\text{ene rechthoekzijde})^2 + (\text{andere rechthoekzijde})^2 = (\text{schuine zijde})^2$$

Als je één van de rechthoekzijden niet kent, maar de schuine zijde wel, vul je alles wat bekend is in de stelling van Pythagoras in. Los de vergelijking op die dan ontstaat.

Omgekeerde stelling van Pythagoras:

Geldt in een driehoek $(\text{ene zijde})^2 + (\text{andere zijde})^2 = (\text{langste zijde})^2$
dan is de hoek tegenover de langste zijde een rechte hoek.

Stelling van Bach:

In een rechthoekige driehoek is het product van de rechthoekszijden gelijk aan het product van de schuine zijde en de bijbehorende hoogte.

Hpq-stelling:

Verdeelt in een rechthoekige driehoek de hoogte h de schuine zijde in de stukken p en q , dan is $h^2 = pq$.

Stelling van Thales:

Als je een cirkel tekent met middellijn AB en een punt C op de cirkel en ΔABC , dan is ΔABC rechthoekig met $\angle C = 90^\circ$.