

7.1 Grafieken en vergelijkingen [1]

Voorbeeld:

Getekend zijn de grafieken van $y = x^2 - 4$ en $y = x + 2$. De grafieken snijden elkaar in de punten A(-2, 0) en B(3, 5).

Controle voor $x = -2$

$$y = x^2 - 4$$

$$y = x + 2$$

$$y = (-2)^2 - 4$$

$$y = -2 + 2$$

$$y = 4 - 4 = 0$$

$$y = 0$$

KLOPT

Controle voor $x = 3$

$$y = x^2 - 4$$

$$y = x + 2$$

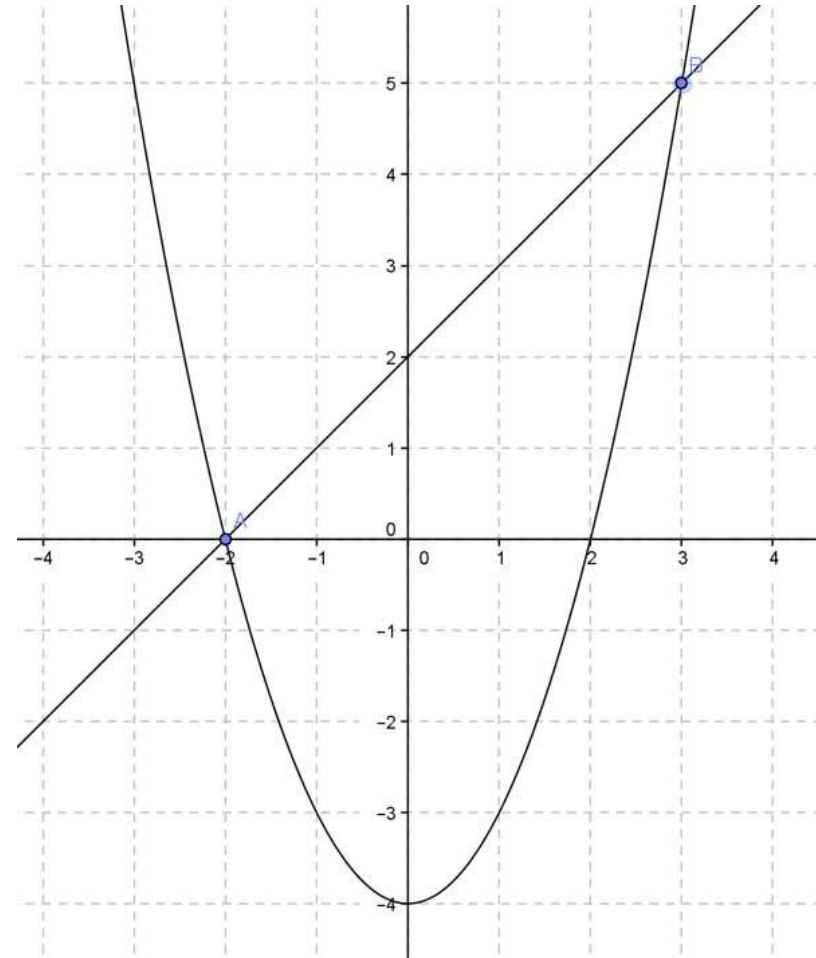
$$y = 3^2 - 4$$

$$y = 3 + 2$$

$$y = 9 - 4 = 5$$

$$y = 5$$

KLOPT



7.1 Grafieken en vergelijkingen [2]

Voorbeeld 1:

Vindt de oplossingen van de vergelijking $x^2 - 4 = 5$.

Tekenen van de grafiek van $y = x^2 - 4$ en de Horizontale lijn $y = 5$ geeft de oplossingen $(-3, 5)$ en $(3, 5)$.

Controle voor $x = -3$

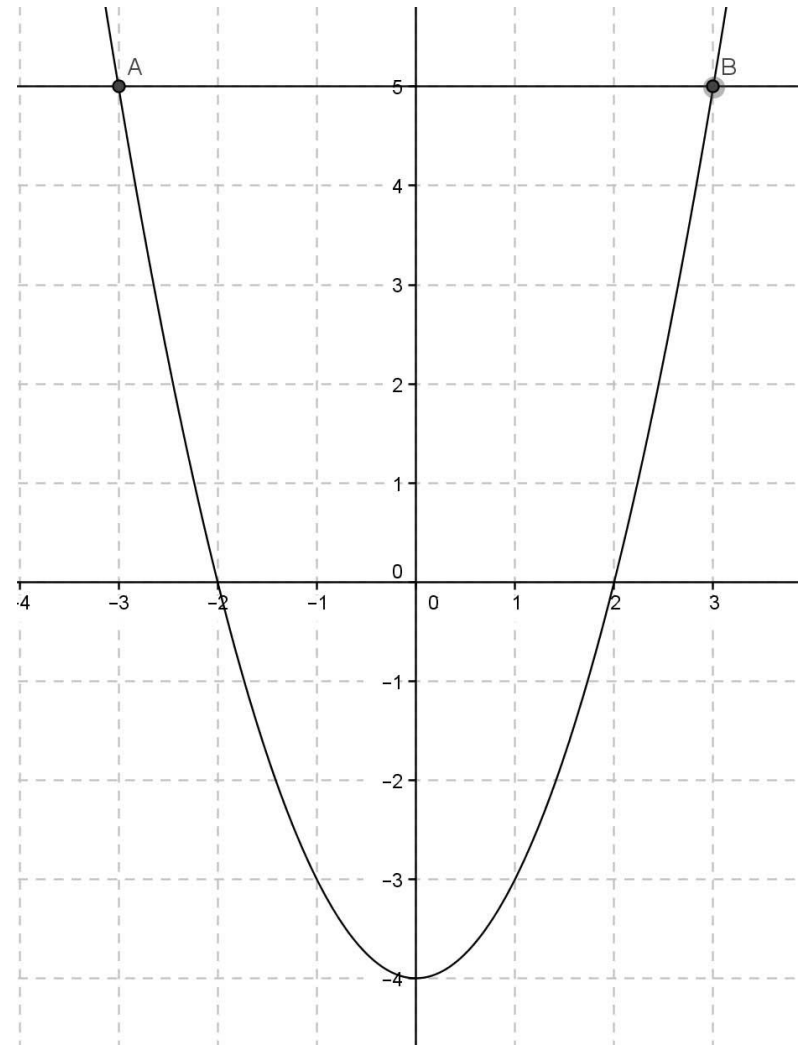
$y = x^2 - 4$	$y = 5$
$y = (-3)^2 - 4$	$y = 5$
$y = 9 - 4 = 5$	$y = 5$

KLOPT

Controle voor $x = 3$

$y = x^2 - 4$	$y = 5$
$y = 3^2 - 4$	$y = 5$
$y = 9 - 4 = 5$	$y = 5$

KLOPT



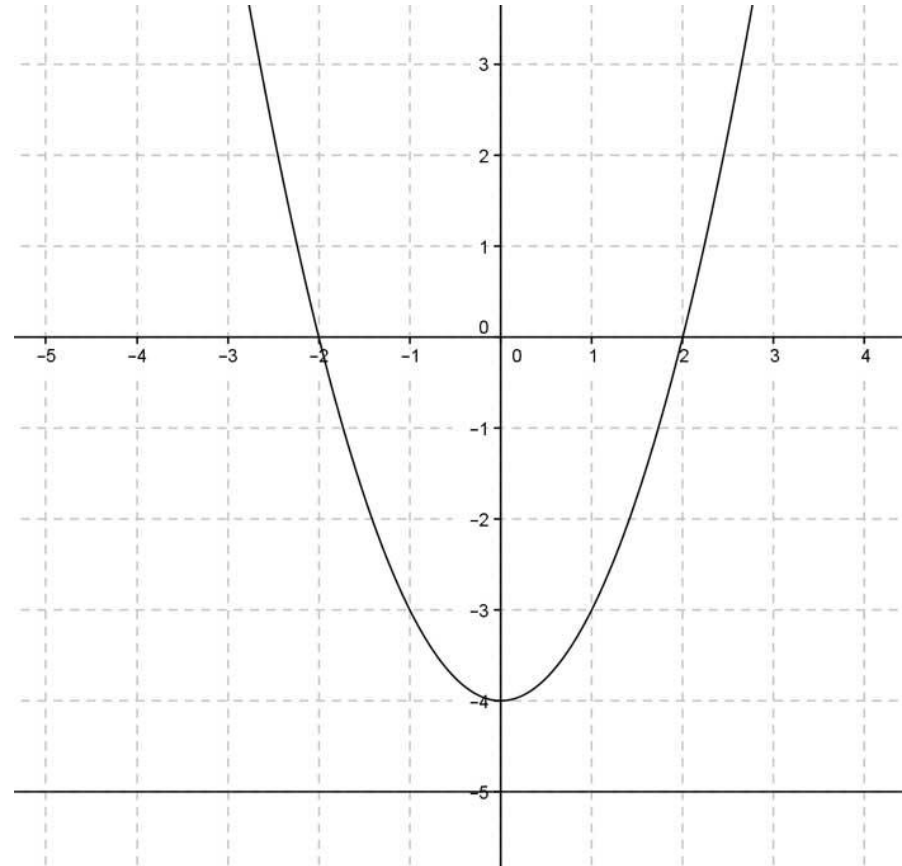
7.1 Grafieken en vergelijkingen [2]

Voorbeeld 2:

Vindt de oplossingen van de vergelijking $x^2 - 4 = -5$.

Tekenen van de grafiek van $y = x^2 - 4$ en de horizontale lijn $y = -5$ laat zien dat er geen snijpunten zijn.

Deze vergelijking heeft geen oplossingen.



7.2 Vergelijkingen van de vorm $x^2 = c$ [1]

Voorbeeld 2:

Los op: $x^2 = 5$.

Deze vergelijking heeft twee oplossingen:

$$x = -\sqrt{5} \text{ of } x = \sqrt{5}$$

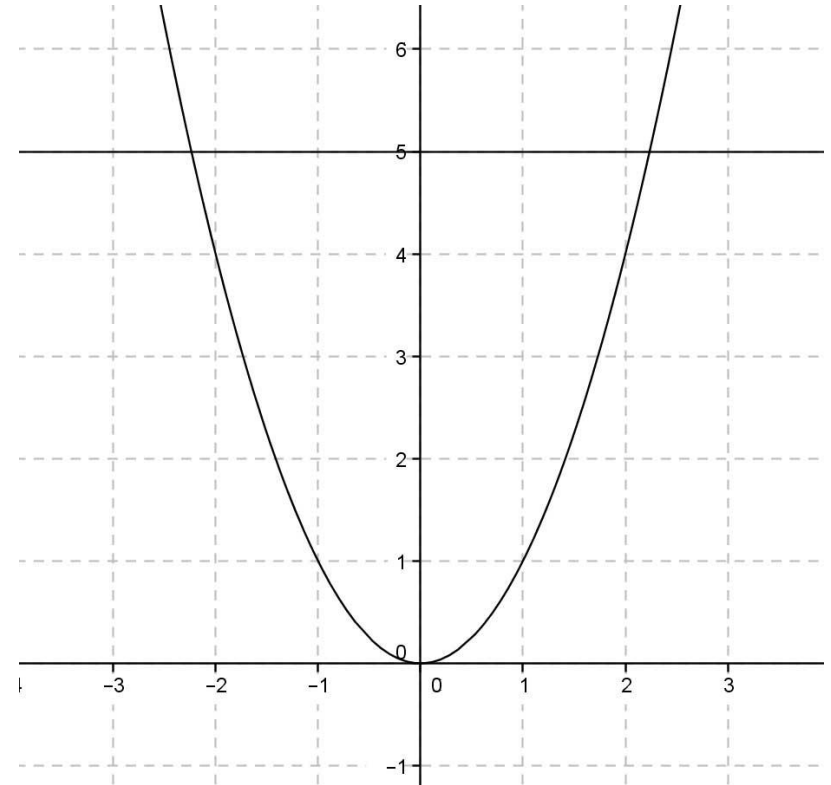
Controle:

$$x^2 = (-\sqrt{5})^2 = 5$$

$$x^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

Let op:

Elke vergelijking van de vorm $x^2 = c$ met $c > 0$ heeft twee oplossingen.



7.2 Vergelijkingen van de vorm $x^2 = c$ [1]

Voorbeeld 2:

Los op: $x^2 = 5$.

Deze vergelijking heeft twee oplossingen:

$$x = -\sqrt{5} \text{ of } x = \sqrt{5}$$

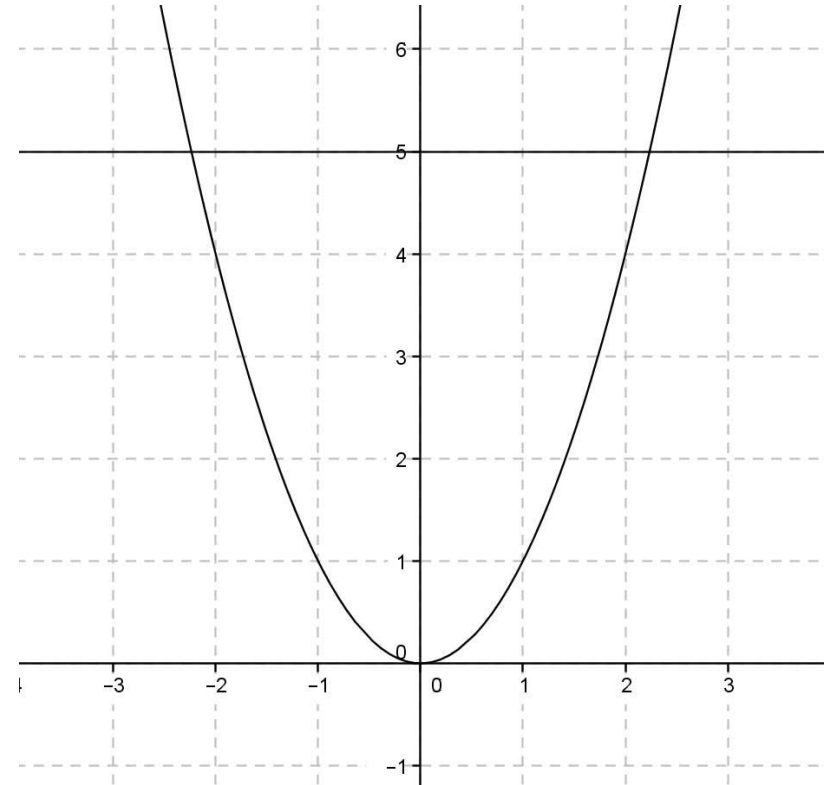
Controle:

$$x^2 = (-\sqrt{5})^2 = 5$$

$$x^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

Let op:

Elke vergelijking van de vorm $x^2 = c$ met $c > 0$ heeft twee oplossingen.



7.2 Vergelijkingen van de vorm $x^2 = c$ [1]

Voorbeeld 3:

Los op: $x^2 = 0$.

Deze vergelijking heeft één oplossing:

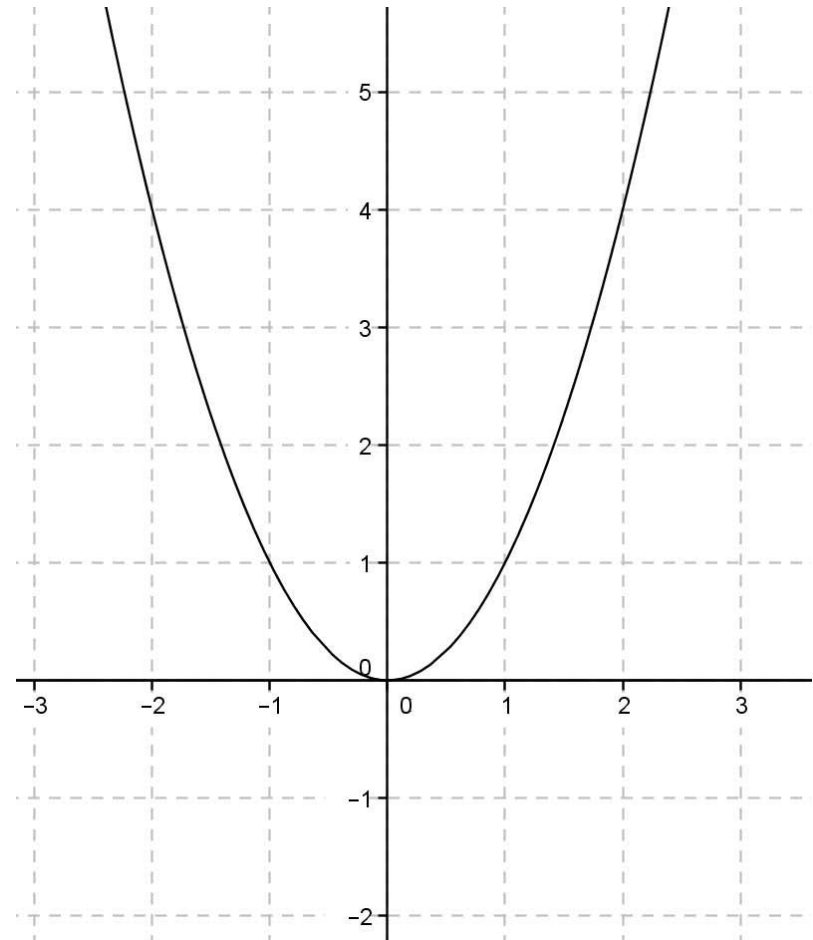
$$x = 0$$

Controle:

$$x^2 = (0)^2 = 0$$

Let op:

Elke vergelijking van de vorm $x^2 = c$ met $c = 0$ heeft één oplossing.



7.2 Vergelijkingen van de vorm $x^2 = c$ [1]

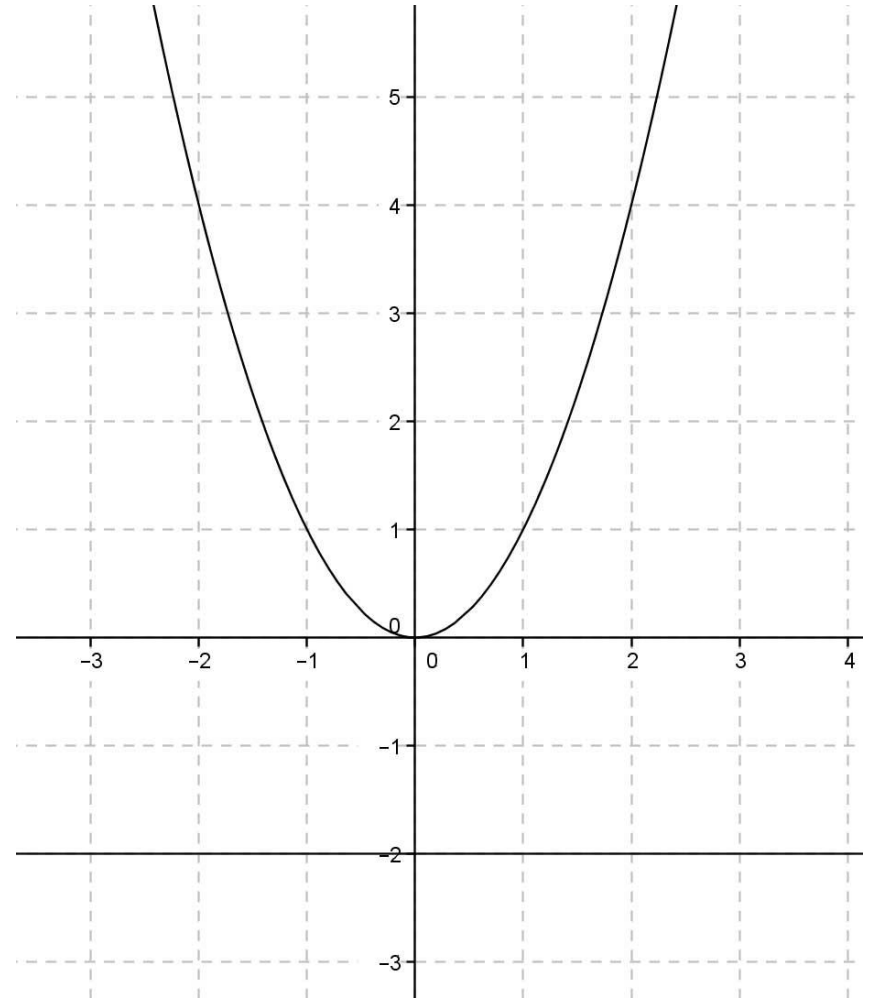
Voorbeeld 4:

Los op: $x^2 = -2$.

Deze vergelijking heeft geen oplossingen
 $x = 0$

Let op:

Elke vergelijking van de vorm $x^2 = c$
met $c < 0$ heeft geen oplossingen.



7.2 Vergelijkingen van de vorm $x^2 = c$ [1]

Voorbeeld 5:

Los op:

$$x^2 - 7 = 0$$

$$\quad +7 \quad +7$$

$$x^2 = 7$$

$$x = \sqrt{7} \text{ of } x = -\sqrt{7}$$

Voorbeeld 6:

Los op:

$$5x^2 = 50$$

$$\quad :5 \quad :5$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10} \text{ of } x = -\sqrt{10}$$

Voorbeeld 7:

Los op:

$$6x^2 + 7 = 31$$

$$\quad -7 \quad -7$$

$$6x^2 = 24$$

$$\quad :6 \quad :6$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

Let op:

Herschrijf indien nodig de vergelijking tot de vorm $x^2 = c$

7.2 Vergelijkingen van de vorm $x^2 = c$ [2]

Voorbeeld:

Oplossingsmogelijkheid 1:

$$\frac{1}{2}(x+3)^2 - 5 = 45$$

$$\frac{1}{2}(x+3)^2 \overset{+5}{\overset{+5}} = 50$$

$$\frac{1}{2}(x+3)^2 \overset{x2}{\overset{x2}} = 50$$

$$(x+3)^2 \overset{x2}{\overset{x2}} = 100$$

$$(x+3)^2 = 100$$

$$x+3 = 10 \text{ of } x+3 = -10$$

$$\overset{-3}{\overset{-3}} \quad \overset{-3}{\overset{-3}} \quad \overset{-3}{\overset{-3}} \quad \overset{-3}{\overset{-3}}$$

$$x = 7 \text{ of } x = -13$$

Voorbeeld:

Oplossingsmogelijkheid 2:

$$\frac{1}{2}(x+3)^2 - 5 = 45$$

Vervang $x+3$ door p

$$\frac{1}{2}p^2 - 5 = 45$$

$$\frac{1}{2}p^2 \overset{+5}{\overset{+5}} = 50$$

$$\frac{1}{2}p^2 \overset{x2}{\overset{x2}} = 50$$

$$p^2 \overset{x2}{\overset{x2}} = 100$$

$$p^2 = 100$$

$$p = 10 \text{ of } p = -10$$

Vervang p door $x+3$

$$x+3 = 10 \text{ of } x+3 = -10$$

$$\overset{-3}{\overset{-3}} \quad \overset{-3}{\overset{-3}} \quad \overset{-3}{\overset{-3}} \quad \overset{-3}{\overset{-3}}$$

$$x = 7 \text{ of } x = -13$$

7.3 Buiten haakjes halen [1]



Oppervlakte rechthoek (Manier 1):

$$\begin{aligned}\text{Opp.} &= \text{Opp. Groen} + \text{Opp. Rood} \\ &= 1 \cdot b + 1 \cdot b \\ &= a \cdot c + b \cdot c \\ &= ac + bc\end{aligned}$$

Oppervlakte rechthoek (Manier 2):

$$\begin{aligned}\text{Opp.} &= 1 \cdot b \\ &= (a + b) \cdot c \\ &= c (a + b)\end{aligned}$$

We hebben op twee manieren de oppervlakte van een rechthoek uitgerekend.
Er geldt nu: $ac + bc = c(a + b)$

Je haalt nu de gemeenschappelijke factor c buiten de haakjes.

7.3 Buiten haakjes halen [1]

Voorbeeld 1:

Ontbind in factoren: $7a^2 + 3a$

$$7a^2 = 7 \cdot a \cdot a$$

$$3a = 3 \cdot a$$

De gemeenschappelijke factor is a

$7a^2 + 3a$ valt nu te schrijven als: $a(7a + 3)$

Voorbeeld 2:

Ontbind in factoren: $5pq - q$

$$5pq = 5 \cdot p \cdot q$$

$$q = 1 \cdot q$$

De gemeenschappelijke factor is q

$5pq - q$ valt nu te schrijven als: $q(5p - 1)$

7.3 Buiten haakjes halen [1]

Voorbeeld 3:

Ontbind in factoren: $20xy + 10y$

$$20xy = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot x \cdot y$$

$$10y = 2 \cdot 5 \cdot y$$

De gemeenschappelijke factor is $2 \cdot 5 \cdot y$

$20xy + 10y$ valt nu te schrijven als: $10(2x + x)$

Let op:

Haal steeds zoveel mogelijk factoren buiten de haakjes!!!

Voorbeeld 4:

Ontbind in factoren: $8x^3 + 6x^2 - 4x$

$$8x^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot x$$

$$6x^2 = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x$$

$$4x = 2 \cdot 2 \cdot x$$

De gemeenschappelijke factor is $2x$

$8x^3 + 6x^2 - 4x$ valt nu te schrijven als: $2x(4x^2 + 3x + 2)$

7.3 Buiten haakjes halen [2]

Herhaling (Merkwaardig product hoofdstuk 3):

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Voorbeeld 1:

$$16x^2 - 36 = (4x - 6)(4x + 6)$$

$$16x^2 = (4x)^2 \text{ en } 36 = 6^2$$

Voorbeeld 2:

$$x^8 - 1 = (x^4 - 1)(x^4 + 1)$$

$$x^8 = (x^4)^2 \text{ en } 1 = 1^2$$

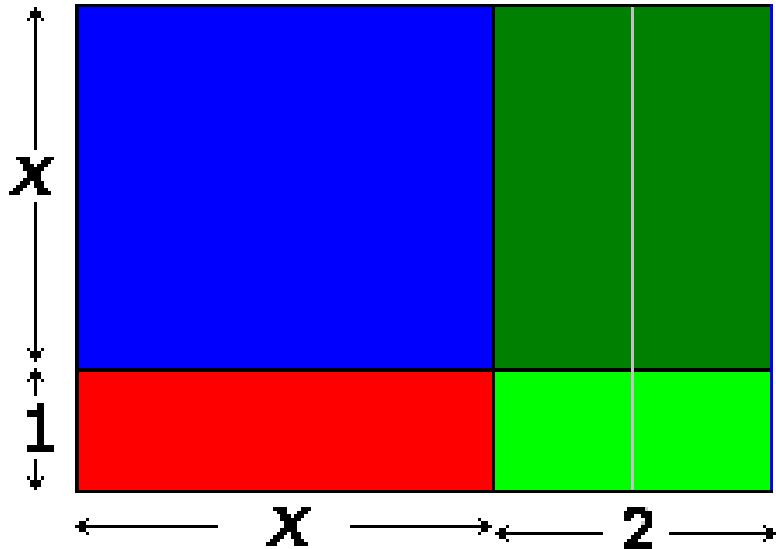
Voorbeeld 3:

$$x^3 - 49x = x(x^2 - 49) = x(x - 7)(x + 7)$$

Let op:

Haal eerste de gemeenschappelijke factor buiten de haakjes en gebruik dan het merkwaardig product.

7.4 De product-som-methode [1]



Opp. Berekenen (Manier 1)

$$\begin{aligned}\text{Opp.} &= l \cdot b \\ &= (x + 2) \cdot (x + 1) \\ &= (x + 2)(x + 1)\end{aligned}$$

Opp. Berekenen (Manier 2)

$$\begin{aligned}\text{Opp.} &= \text{Opp. Blauw} + \text{Opp. Rood} \\ &\quad + \text{Opp. Lichtgroen} \\ &\quad + \text{Opp. Donkergroen} \\ &= l \cdot b + l \cdot b + l \cdot b + l \cdot b \\ &= x \cdot x + x \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot x \\ &= x^2 + x + 2 + 2x \\ &= x^2 + 3x + 2\end{aligned}$$

We hebben op twee manieren de oppervlakte van een rechthoek uitgerekend. Er geldt nu: $x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$

7.4 De product-som-methode [1]

We hebben op twee manieren de oppervlakte van een rechthoek uitgerekend. Er geldt nu: $x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$

Je kunt $x^2 + 3x + 2$ in factoren ontbinden met de **product-som-methode**. Om $x^2 + 3x + 2$ in factoren te kunnen ontbinden, moet je de getallen 1 en 2 vinden.

- Het product van de getallen 1 en 2 is gelijk aan 2;
- De som van de getallen 1 en 2 is gelijk aan 3.

Deze getallen kun je makkelijk vinden door de tabel van 2 te maken:

Tabel van 2		
Product van 2		Som
1	2	3
-1	-2	-3

7.4 De product-som-methode [1]

Voorbeeld 1:

Ontbind $x^2 + 13x + 42$ in factoren.

Je moet nu twee getallen vinden waarvan het product gelijk is aan 42 en de som gelijk is aan 13.

Deze getallen kun je makkelijk vinden door de tabel van 42 te maken.

$$x^2 + 13x + 42 = (x + 6)(x + 7)$$

Tabel van 42		
Product van 42		Som
1	42	43
-1	-42	-43
2	21	23
-2	-21	-23
3	14	17
-3	-14	-17
6	7	13
-6	-7	-13

7.4 De product-som-methode [1]

Voorbeeld 2:

Ontbind $x^2 - x - 42$ in factoren.

Je moet nu twee getallen vinden waarvan het product gelijk is aan -42 en de som gelijk is aan -1.

Deze getallen kun je makkelijk vinden door de tabel van -42 te maken.

$$x^2 - x - 42 = (x + 6)(x - 7)$$

Tabel van -42		
Product van -42		Som
1	-42	-41
-1	42	41
2	-21	-19
-2	21	19
3	-14	-11
-3	14	11
6	-7	-1
-6	7	1

7.4 De product-som-methode [2]

Herhaling:

Manieren om te ontbinden in factoren:

- 1) Haal de gemeenschappelijke factor buiten haakjes;
- 2) De product-som-methode;
- 3) Het verschil van twee kwadraten: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Of gebruik een combinatie van deze manieren:

Voorbeeld:

Ontbind $x^3 + 2x^2 - 8x$ in factoren

$$x^3 + 2x^2 - 8x =$$

$$x(x^2 + 2x - 8) =$$

$$x(x - 2)(x + 4)$$

Tabel van -8		
Product van -8		Som
-1	8	7
1	-8	-7
-2	4	2
2	-4	-2

7.5 Kwadratische vergelijkingen [1]

Er geldt:

Als het product van twee factoren nul is, dan is de ene factor nul of de andere factor is nul.

$$A \cdot B = 0 \text{ geeft } A = 0 \vee B = 0$$

Voorbeeld:

$$\text{Los op: } (x - 5)(2x + 5) = 0$$

$$(x - 5)(2x + 5) = 0$$

$$x - 5 = 0 \vee 2x + 5 = 0$$

$$x = 5 \quad \vee \quad 2x = -5$$

$$x = 5 \quad \vee \quad x = -2\frac{1}{2}$$

$$[A \cdot B = 0 \text{ geeft } A = 0 \vee B = 0]$$

7.5 Kwadratische vergelijkingen [2]

Voorbeeld 1:

Los op: $5b^2 + 15b = 0$

$$5b^2 + 15b = 0$$

$$[5b^2 = 5 \cdot b \cdot b \text{ EN } 15b = 3 \cdot 5 \cdot b]$$

$$5b(b + 3) = 0$$

$$[A \cdot B = 0 \text{ geeft } A = 0 \vee B = 0]$$

$$5b = 0 \vee b + 3 = 0$$

$$b = 0 \vee b = -3$$

Voorbeeld 2:

Los op: $x^2 - 2x - 15 = 0$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x + 3)(x - 5) = 0$$

$$x + 3 = 0 \vee x - 5 = 0$$

$$x = -3 \vee x = 5$$

Tabel van -15		
Product van -15		Som
1	-15	-14
-1	15	14
3	-5	-2
-3	5	2

7.5 Kwadratische vergelijkingen [3]

Let op:

Als je een vergelijking op gaat lossen, moet je er voor zorgen dat de rechterkant van de vergelijking gelijk aan nul is.

Voorbeeld 1:

Los op: $6x^2 = 12x$

$$\begin{array}{rcl} 6x^2 & = & 12x \\ -12x & & -12x \end{array}$$

$$6x^2 - 12x = 0$$

$$6x(x - 2) = 0$$

$$6x = 0 \vee x - 2 = 0$$

$$x = 0 \vee x = 2$$

$$[6x^2 = 6 \cdot x \cdot x \text{ EN } 12x = 2 \cdot 6 \cdot x]$$

$$[A \cdot B = 0 \text{ geeft } A = 0 \vee B = 0]$$

7.5 Kwadratische vergelijkingen [3]

Let op:

Als je een vergelijking op gaat lossen, moet je er voor zorgen dat de rechterkant van de vergelijking gelijk aan nul is.

Voorbeeld 2:

Los op: $x^2 + 14 = -9x$

$$x^2 + 14 = -9x$$

+9x +9x

$$x^2 + 9x + 14 = 0$$

$$(x + 2)(x + 7) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x + 7 = 0$$

$$x = -2 \vee x = -7$$

Tabel van 14		
Product van 14		Som
1	14	15
-1	-14	-15
2	7	9
-2	-7	-9

7.5 Kwadratische vergelijkingen [4]

Let op:

Als je een vergelijking op gaat lossen, moet je er voor zorgen dat de rechterkant van de vergelijking gelijk aan nul is.

Voorbeeld:

Los op: $(x - 3)(x + 4) = 8$

$$(x - 3)(x + 4) = 8$$

$$x^2 + 4x - 3x - 12 = 8$$

$$x^2 + x - 12 = 8$$

$$\quad \quad \quad -8 \quad -8$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x - 4)(x + 5) = 0$$

$$x - 4 = 0 \vee x + 5 = 0$$

$$x = 4 \quad \vee \quad x = -5$$

[Haakjes wegwerken]

[Maak rechterkant gelijk aan 0]

[Product-som methode]

[$A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$]

7.6 Vergelijkingen toepassen [1]

Voorbeeld:

Om een zwembad van 6 bij 8 meter loopt een overal even breed pad.
De oppervlakte van het pad is 32 m².
Bereken de breedte van het pad.

Stap 1:

Druk de oppervlakte van het pad uit in x.

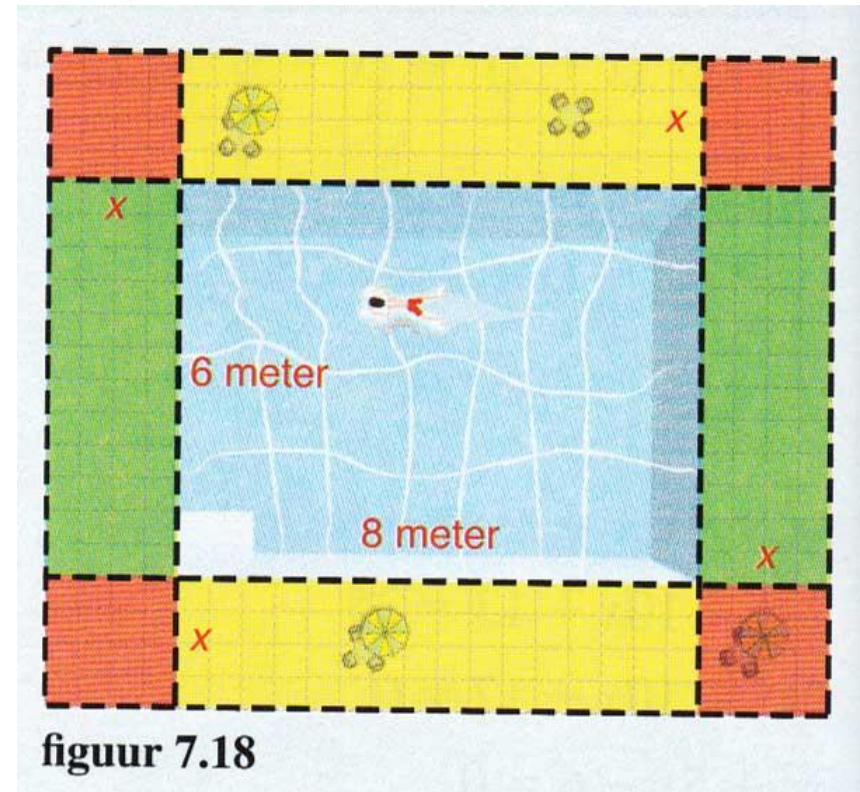
$$\begin{aligned}\text{Opp. Pad} &= 2 \cdot \text{Opp. Groen stuk} + \\ &\quad 2 \cdot \text{Opp. Geel stuk} + \\ &\quad 4 \cdot \text{Opp. Rood stuk}\end{aligned}$$

$$\text{Opp. Groen stuk} = x \cdot 6 = 6x$$

$$\text{Opp. Geel stuk} = 8 \cdot x = 8x$$

$$\text{Opp. Rood stuk} = x \cdot x = x^2$$

$$\text{Opp. Pad} = 2 \cdot 6x + 2 \cdot 8x + 4 \cdot x^2 = 4x^2 + 28x$$



7.6 Vergelijkingen toepassen [1]

Stap 2:

De oppervlakte van het pad is gelijk aan 32.

Hieruit volgt de vergelijking:

$$4x^2 + 28x = 32$$

Stap 3:

Los de opgestelde vergelijking op.

$$4x^2 + 28x = 32$$

$$4x^2 + 28x - 32 = 0$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$(x + 8)(x - 1) = 0$$

$$x + 8 = 0 \vee x - 1 = 0$$

$$x = -8 \quad \vee \quad x = 1$$

[Maak rechterkant gelijk aan 0]

[Links en rechts delen door 4]

[Ontbinden in factoren]

[$A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$]

De breedte van het pad is nu 1 meter. De oplossing -8 meter heeft geen betekenis.

7 Samenvatting

- Elke vergelijking van de vorm $x^2 = c$ met $c > 0$ heeft twee oplossingen;
- Elke vergelijking van de vorm $x^2 = c$ met $c = 0$ heeft één oplossing;
- Elke vergelijking van de vorm $x^2 = c$ met $c < 0$ heeft geen oplossingen.

Let op:

Herschrijf indien nodig de vergelijking tot de vorm $x^2 = c$

Schaduwvergelijkingen:

De vergelijking $\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 5 = 45$ kun je makkelijker oplossen door $x + 3$ te vervangen door p .

Buiten de haakjes halen:

- Er geldt: $ac + bc = c(a + b)$;
- Haal steeds zoveel mogelijk factoren buiten de haakjes.

Herhaling merkwaardige producten:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

7 Samenvatting

Product-som methode:

Ontbind $x^2 + 13x + 42$ in factoren.

Je moet nu twee getallen vinden waarvan het product gelijk is aan 42 en de som gelijk is aan 13.

Er geldt: Als het product van twee factoren nul is, dan is de ene factor nul of de andere factor is nul: $A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$

Let op:

Als je een vergelijking op gaat lossen, moet je er voor zorgen dat de rechterkant van de vergelijking gelijk aan nul is.