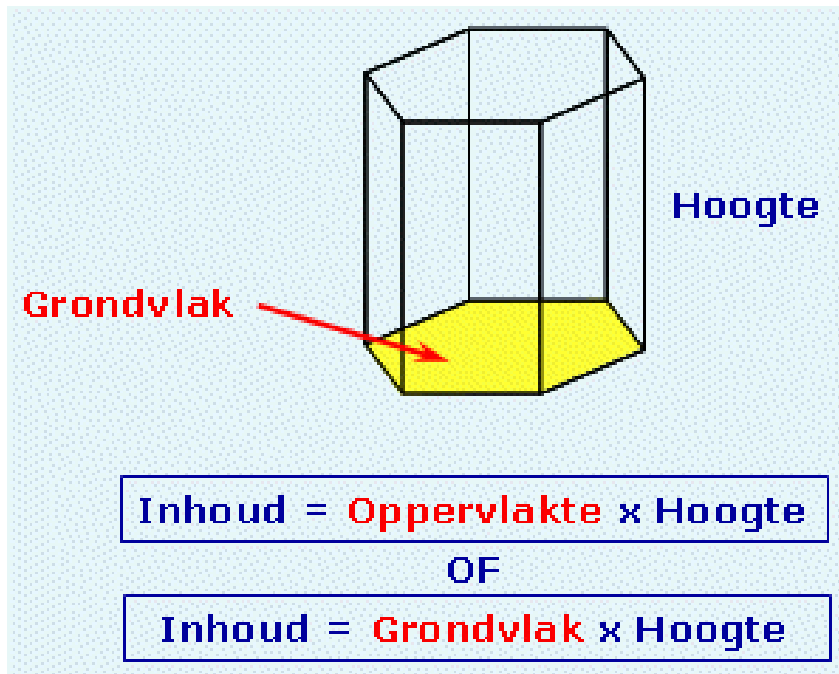


8.1 Inhoud prisma en cilinder [1]



Een prisma heeft twee evenwijdige grensvlakken. Een **grondvlak** en een **bovenvlak**. De andere grensvlakken zijn rechthoeken.

De **hoogte** van de prisma is de lengte van de **opstaande ribben**.

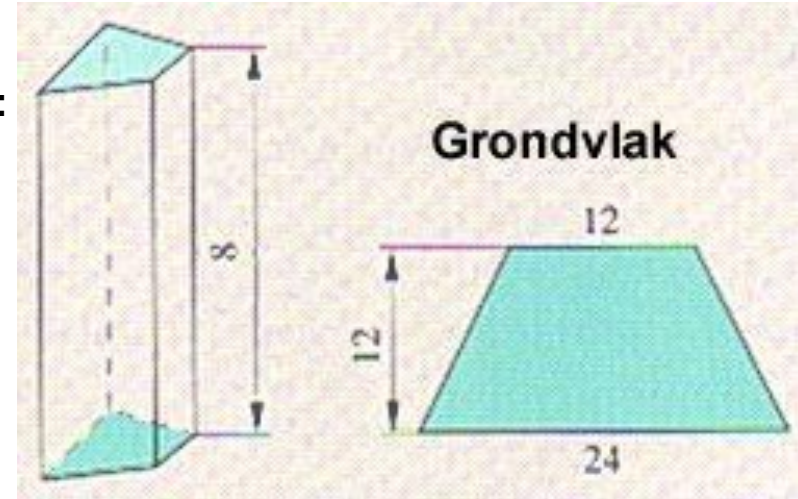
8.1 Inhoud prisma en cilinder [1]

Voorbeeld:

Bereken de inhoud van het hier gegeven prisma:

Stap 1:

Bereken de oppervlakte van het grondvlak.



Het grondvlak is een trapezium:

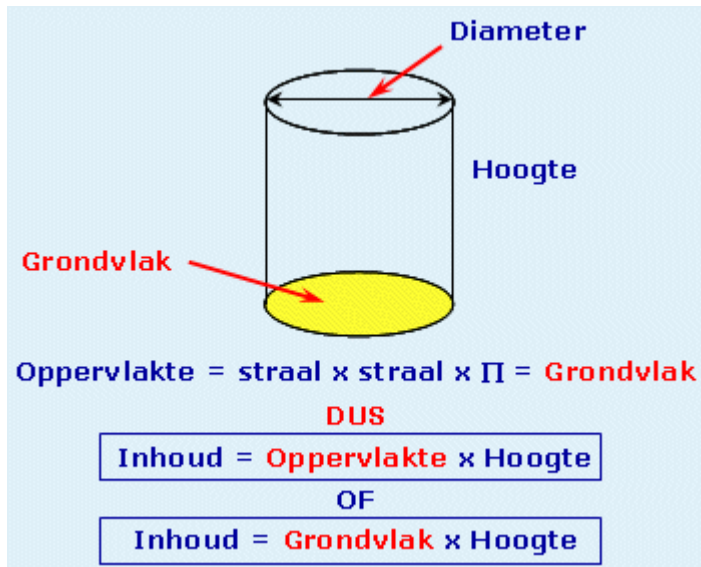
$$\begin{aligned}\text{Opp. Grondvlak} &= \frac{1}{2} \times \text{som van de evenwijdige zijden} \times \text{hoogte} \\ &= \frac{1}{2} \times (12 + 24) \times 12 \\ &= \frac{1}{2} \times 36 \times 12 = 216\end{aligned}$$

Stap 2:

Bereken de inhoud van het prisma

$$\begin{aligned}\text{Inhoud prisma} &= \text{Opp. Grondvlak} \times \text{hoogte Prisma} \\ &= 216 \times 8 = 1.728\end{aligned}$$

8.1 Inhoud prisma en cilinder [2]



Een cilinder heeft een grondvlak en een hoogte. De inhoud van een cilinder is te berekenen door de oppervlakte van het grondvlak (een cirkel) te vermenigvuldigen met de hoogte.

8.1 Inhoud prisma en cilinder [2]

Voorbeeld:

Een olievat heeft een buitendiameter van 80 cm en een binnendiameter van 78 cm.

De hoogte van het vat is 1,2 meter.

Bereken uit hoeveel m³ staal dit olievat bestaat. (Tel de boven- en onderkant hierbij niet mee).

Stap 1:

$$\begin{aligned}\text{Inhoud grote cilinder} &= \pi \times r^2 \times \text{hoogte} \\ &= \pi \times 0,8^2 \times 1,2 = 2,41 \text{ m}^3\end{aligned}$$

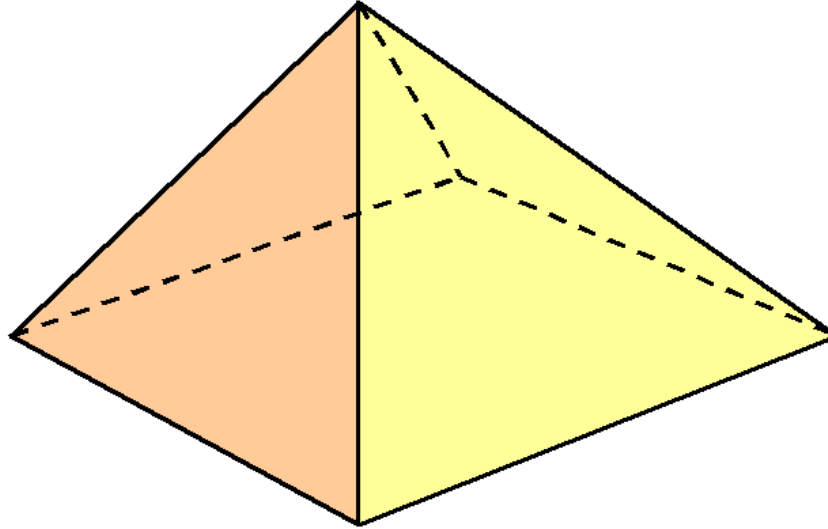
Stap 2:

$$\begin{aligned}\text{Inhoud kleine cilinder} &= \pi \times r^2 \times \text{hoogte} \\ &= \pi \times 0,78^2 \times 1,2 = 2,29 \text{ m}^3\end{aligned}$$

Stap 3:

$$\text{Benodigde hoeveelheid staal} = 2,41 \text{ m}^3 - 2,29 \text{ m}^3 = 0,12 \text{ m}^3$$

8.2 Inhoud piramide en kegel [1]



Een piramide heeft een grondvlak, een top en een hoogte. De hoogte is de afstand van de top tot het grondvlak.

$$\text{Inhoud piramide} = \frac{1}{3} \times \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$$

8.2 Inhoud piramide en kegel [1]

Voorbeeld:

Bereken de inhoud van de piramide T ABCD, waarbij het grondvlak een vierkant is. P ligt op het midden van de zijde BC.

Stap 1:

Bereken de oppervlakte van grondvlak ABCD.

$$\begin{aligned}\text{Opp ABCD} &= AB \times BC \\ &= 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

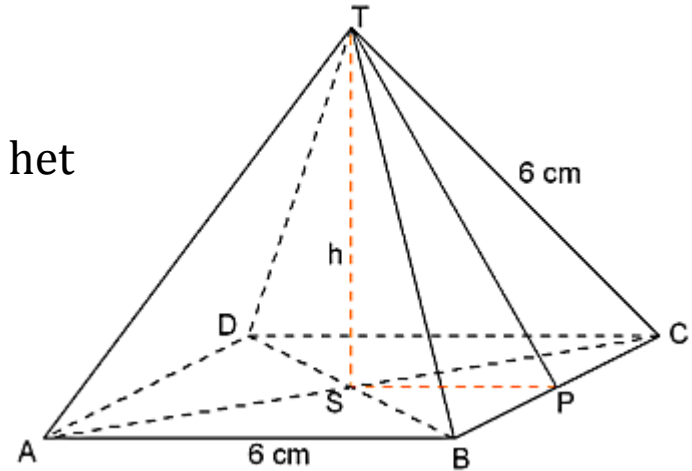
Stap 2:

Bereken de hoogte van piramide T ABCD

Volgens de stelling van Pythagoras geldt: $SP^2 + TS^2 = TP^2$

Om de hoogte ST te berekenen met je eerst TP weten.

TP kun je uitrekenen via de stelling van Pythagoras: $PC^2 + PT^2 = CT^2$



8.2 Inhoud piramide en kegel [1]

Voorbeeld:

Bereken de inhoud van de piramide T ABCD, waarbij het grondvlak een vierkant is. P ligt op het midden van de zijde BC.

Stap 2:

$$PC^2 + PT^2 = CT^2$$

$$3^2 + PT^2 = 6^2$$

$$9 + PT^2 = 36$$

$$PT^2 = 27$$

$$PT = \sqrt{27} \text{ cm}$$

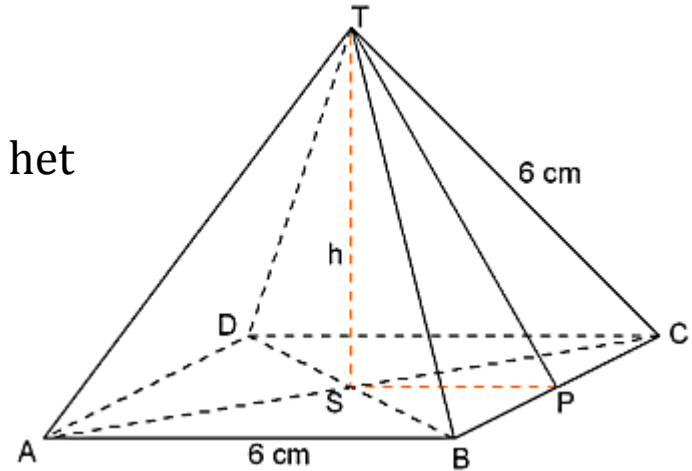
$$SP^2 + TS^2 = TP^2$$

$$3^2 + TS^2 = (\sqrt{27})^2$$

$$9 + TS^2 = 27$$

$$TS^2 = 18$$

$$TS = \sqrt{18} \text{ cm}$$



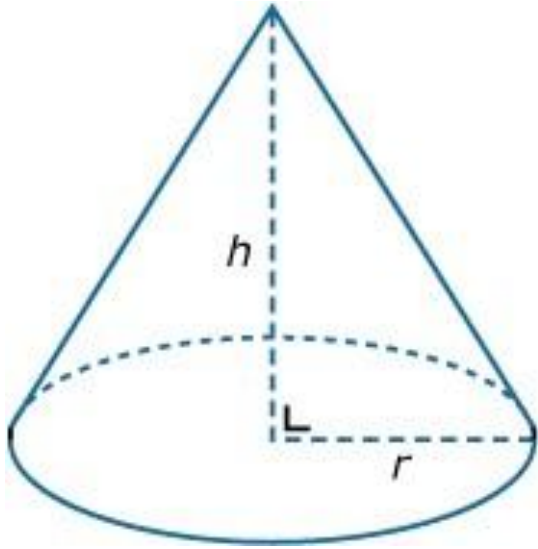
Stap 3:

Bereken de inhoud van de piramide T ABCD

$$\text{Inhoud T ABCD} = \frac{1}{3} \times \text{ABCD} \times TS$$

$$\frac{1}{3} \times 36 \times \sqrt{18} \approx 50,91 \text{ cm}^3$$

8.2 Inhoud piramide en kegel [2]



Een kegel heeft een grondvlak (cirkel) en een hoogte.

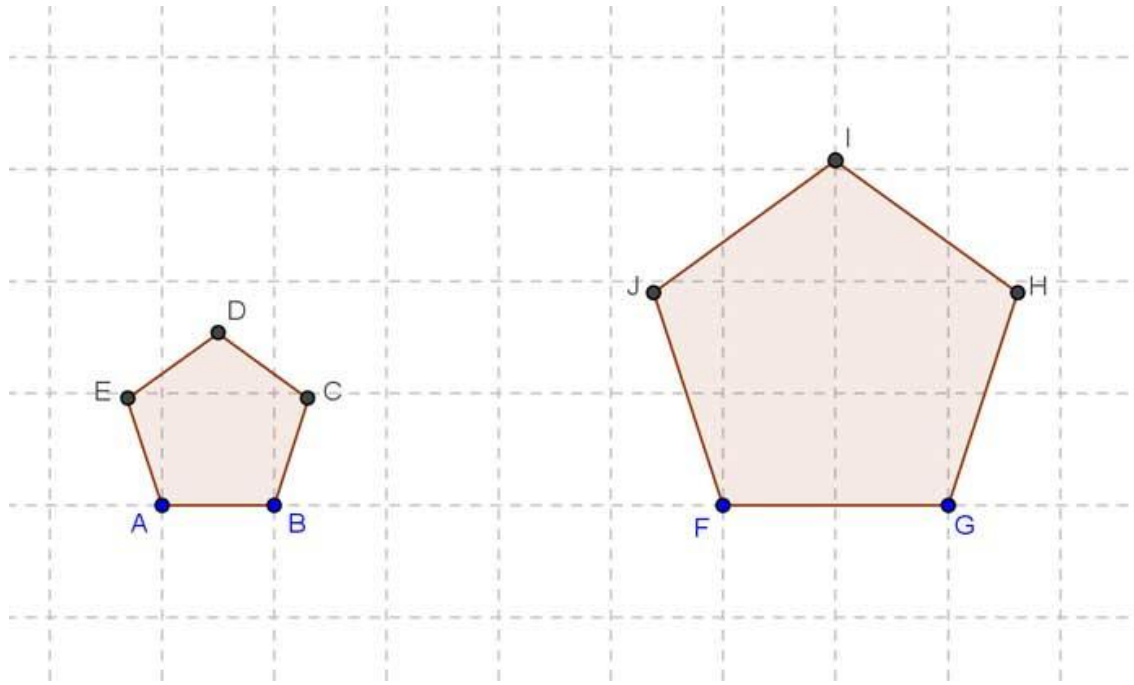
$$\text{Inhoud kegel} = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{straal}^2 \times \text{hoogte}$$

Voorbeeld:

Bereken exact de inhoud van een kegel met hoogt 10 cm en diameter 12 cm.

$$\begin{aligned} \text{Inhoud kegel} &= \frac{1}{3} \times \pi \times \text{straal}^2 \times \text{hoogte} \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 10 = 120\pi \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

8.3 Vergroten en verkleinen [1]



De regelmatige vijfhoek FGHIJ (**het beeld**) is 2 keer zo groot als de regelmatige vijfhoek ABCDE (**het origineel**). De **vergrotingsfactor** is dus 2. Beide vijfhoeken zijn **gelijkvormig**.

Omgekeerd geldt dat de regelmatige vijfhoek ABCDE $\frac{1}{2}$ keer zo groot is als de regelmatige vijfhoek (ABCDE). De vergrotingsfactor is nu dus $\frac{1}{2}$.

8.3 Vergroten en verkleinen [2]

Voorbeeld:

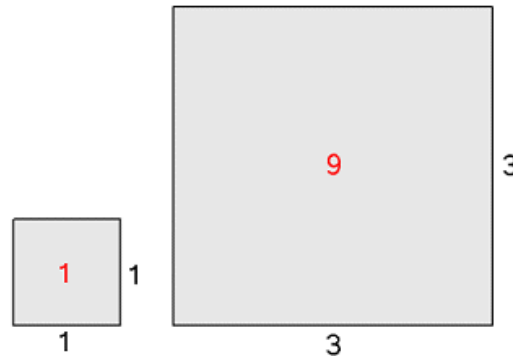
De kleine emmer (het origineel)
heeft een hoogte van 3 cm.

De grote emmer (het beeld)
heeft een hoogte van 5 cm.



$$\text{Vergrotingsfactor } k = \frac{\text{afmeting beeld}}{\text{overeenkomstige afmeting origineel}} = \frac{5}{3} = 1,6$$

8.4 Oppervlakte bij vergroten [1]



Het kleine vierkant heeft zijden met een lengte van 1 cm.

Het grote vierkant heeft zijden met een lengte van 3 cm.

$$\text{Vergrotingsfactor } k = \frac{\text{afmeting beeld}}{\text{overeenkomstige afmeting origineel}} = \frac{3}{1} = 3$$

De oppervlakte van het kleine vierkant is $1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$

De oppervlakte van het grote vierkant is $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$

De oppervlakte van het grote vierkant is dus 9 keer (3^2) zo groot als de oppervlakte van het kleine vierkant.

Bij een vergrotingsfactor k wordt de oppervlakte dus k^2 keer zo groot.

8.4 Oppervlakte bij vergroten [1]

Voorbeeld:

De oppervlakte van logo I is $2,74 \text{ cm}^2$.

Bereken de oppervlakte van logo II.

Stap 1:

Meet in origineel en beeld overeenkomstige Afmetingen.

$$AB = 2,5 \text{ cm}$$

$$A'B' = 3,5 \text{ cm}$$

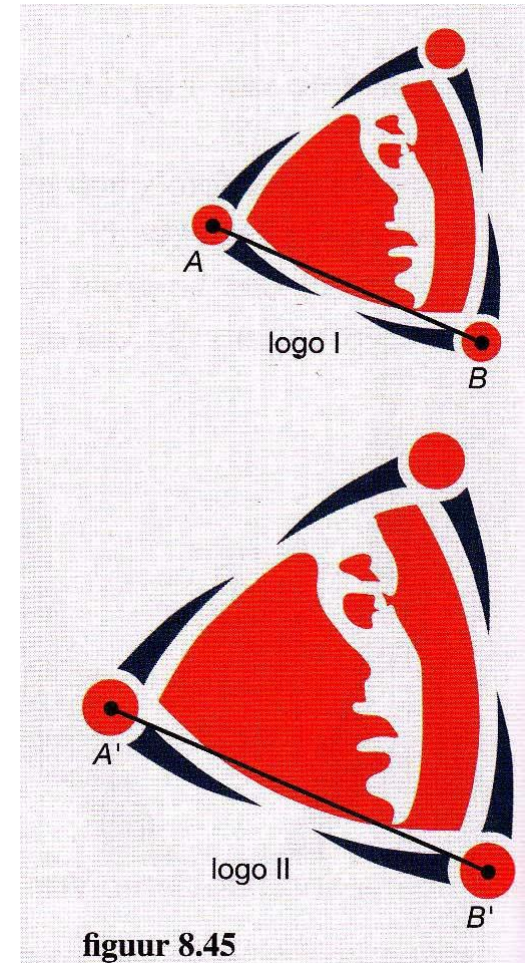
Stap 2:

Bereken de vergrotingsfactor: $k = \frac{3,5}{2,5} = 1,4$

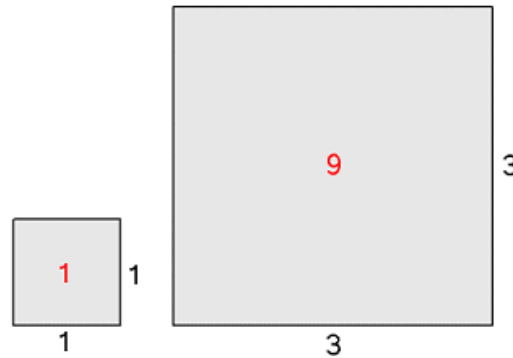
Stap 3:

Bereken de oppervlakte van logo II:

$$\text{Opp. logo II} = k^2 \times \text{Opp. logo I} = 1,4^2 \times 2,74 \approx 5,37 \text{ cm}^2.$$



8.4 Oppervlakte bij vergroten [2]



Het kleine vierkant heeft een oppervlakte van 1 cm^2 .

Het grote vierkant heeft een oppervlakte van 9 cm^2 .

De zijden van het kleine vierkant zijn dus $\sqrt{1}$ cm lang.

De zijden van het grote vierkant zijn dus $\sqrt{9} (=3)$ cm lang.

De oppervlakte van het grote vierkant is 9 keer zo groot als de oppervlakte van het kleine vierkant. De lengte van de zijden van het grote vierkant is $\sqrt{9}$ keer zo groot als de lengte van de zijden van het kleine vierkant.

**Is bij een vergroting de oppervlakte p keer zo groot,
dan is de vergrotingsfactor $\sqrt{p}$.**

8.4 Oppervlakte bij vergroten [2]

Voorbeeld:

Van een foto van 10 bij 15 cm wordt een vergroting gemaakt.
De nieuwe foto heeft een oppervlakte die vijf keer zo groot is.
Bereken de afmetingen van de vergroting.

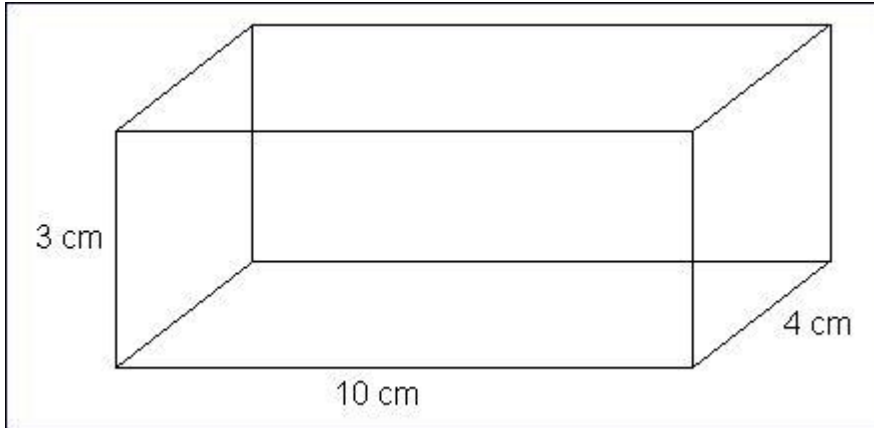
Stap 1:

Oppervlakte beeld = 5 · Oppervlakte origineel
De vergrotingsfactor (k) = $\sqrt{5}$.

Stap 2:

Lengte vergroting = $\sqrt{5} \cdot 10 \approx 22,36$ cm
Breedte vergroting = $\sqrt{5} \cdot 15 \approx 33,54$ cm

8.5 Inhoud bij vergroten [1]



Inhoud balk =

lengte x breedte x hoogte =
 $10 \times 4 \times 3 = 120 \text{ cm}^3$
(kubieke centimeter)

m^3			dm^3			cm^3
			liter	dl	cl	ml

Een stap naar rechts betekent $\times 1000$, dus $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$

Een stap naar links betekent : 1000, dus $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3$

Verder geldt:

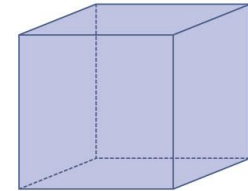
$1 \text{ liter} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1000 \text{ ml}$

8.5 Inhoud bij vergroten [1]

De kleine kubus heeft ribben met lengte 2 cm.

De grote kubus heeft ribben met lengte 4 cm.

$$\text{Vergrotingsfactor } k = \frac{4}{2} = 2$$



De oppervlakte van het grondvlak van de kleine kubus is $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$.

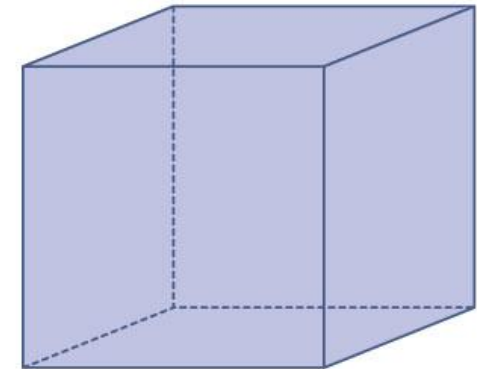
De oppervlakte van het grondvlak van de grote kubus is $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2 (= k^2 \times 4 \text{ cm}^2)$.

Oppervlakte beeld = k^2 x Oppervlakte origineel.

De inhoud van de kleine kubus is $2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$.

De inhoud van de grote kubus is $4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3 = (k^3 \times 8 \text{ cm}^3)$

Inhoud beeld = k^3 x Inhoud origineel.



8.5 Inhoud bij vergroten [1]

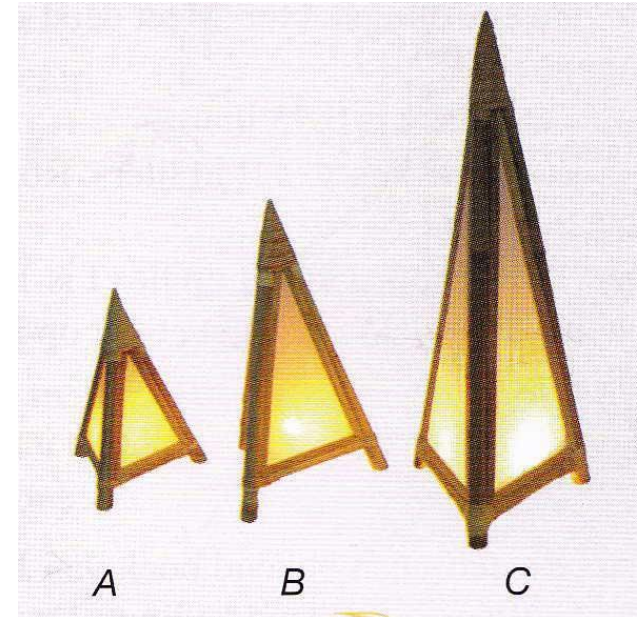
Voorbeeld 1:

Bamboelamp B heeft een inhoud van 600 cm^3 , een hoogte van 25 cm en driehoekige zijkanten met oppervlaktes van 150 cm^2 . Bamboelamp C is een vergroting van lamp B met vergrotingsfactor 1,6. lamp A is een verkleining van lamp B met een vergrotingsfactor 0,7.

Bereken de inhoud van lamp C in cm^3 .

Lamp B is origineel en lamp C is beeld. $k = 1,6$.

$$\begin{aligned}\text{Inhoud lamp C} &= k^3 \cdot \text{Inhoud lamp B} \\ &= 1,6^3 \cdot 600 \approx 2457,6 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



8.5 Inhoud bij vergroten [1]

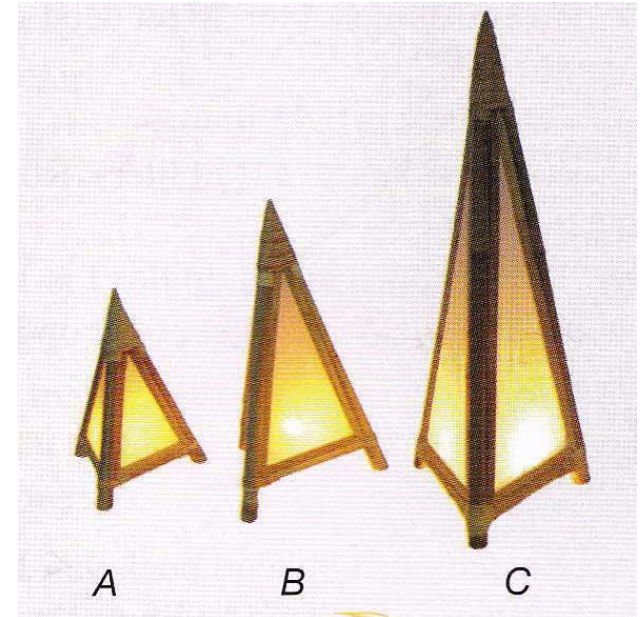
Voorbeeld 2:

Bamboelamp B heeft een inhoud van 600 cm^3 , een hoogte van 25 cm en driehoekige zijanten met oppervlaktes van 150 cm^2 . Bamboelamp C is een vergroting van lamp B met vergrotingsfactor 1,6. lamp A is een verkleining van lamp B met een vergrotingsfactor 0,7.

Bereken van lamp A de hoogte, de oppervlakte van een driehoekige zijkant en de inhoud.

Lamp B is origineel en lamp A is beeld. $k = 0,7$.

Hoogte A	$= 0,7 \cdot \text{hoogte B} = 0,7 \cdot 25 = 17,5 \text{ cm}$
Opp. A	$= 0,7^2 \cdot \text{opp. B} = 0,7^2 \cdot 150 = 73,5 \text{ cm}^2$
Inhoud A	$= 0,7^3 \cdot \text{inhoud B} = 0,7^3 \cdot 600 = 205,8 \text{ cm}^3$



8.5 Inhoud bij vergroten [2]

De inhoud van de grote kubus is 64 cm^3 .

De inhoud van de kleine kubus is 8 cm^3 .

De ribben van de grote kubus zijn dus $\sqrt[3]{64} = 4 \text{ cm}$

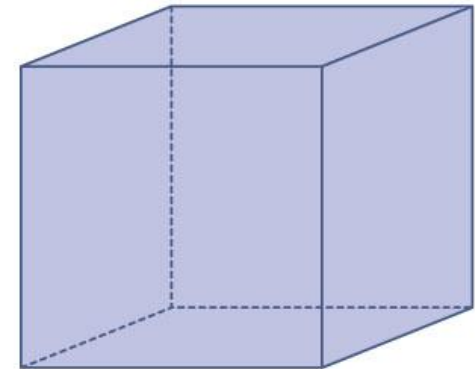
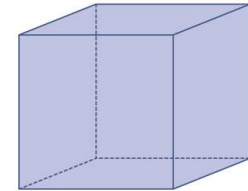
De ribben van de kleine kubus zijn dus $\sqrt[3]{8} = 2 \text{ cm}$

De lengte van de ribben van de grote kubus is twee keer zo groot als de lengte van de ribben van de kleine kubus.

De inhoud van de grote kubus is acht (2^3) keer zo groot als de inhoud van de kleine kubus.

Is bij een vergroting de inhoud p keer zo groot,

dan is de vergrotingsfactor $\sqrt[3]{p}$



8.5 Inhoud bij vergroten [2]

Voorbeeld:

Een kleine pot verf heeft een inhoud van 1 dm³.

Een grote pot met dezelfde verf heeft een inhoud van 4 dm³.

Het deksel van de kleine pot heeft een oppervlakte van 0,5 dm²

Bereken de oppervlakte van de deksel van de grote pot met verf.

Stap 1:

Bereken de vergrotingsfactor.

De inhoud van de grote pot verf is 4 keer zo groot als de inhoud van de kleine pot verf.

De vergrotingsfactor $k = \sqrt[3]{4}$

Stap 2:

Bereken de oppervlakte van de deksel van de grote pot met verf.

Opp. deksel groot = $k^2 \cdot \text{Opp. Deksel klein} = \left(\sqrt[3]{4}\right)^2 \cdot 0,5 \approx 1,26 \text{ dm}^2$.

8 Samenvatting

Inhoud prisma = Oppervlakte grondvlak x hoogte

Inhoud cilinder = Oppervlakte grondvlak x hoogte = $\pi \times r^2 \times h$

Inhoud piramide = $1/3 \times$ Oppervlakte grondvlak x hoogte

Inhoud kegel = $1/3 \times \pi \times \text{straal}^2 \times \text{hoogte}$

Vergrotingsfactor (k) =
$$\frac{\text{afmeting beeld}}{\text{overeenkomstige afmeting origineel}}$$

- Bij een vergrotingsfactor k wordt de oppervlakte k^2 keer zo groot;
- Is bij een vergroting de oppervlakte p keer zo groot, dan is de vergrotingsfactor $\sqrt{p}$;
- Bij een vergrotingsfactor k wordt de inhoud k^3 keer zo groot;
- Is bij een vergroting de inhoud p keer zo groot, dan is de vergrotingsfactor $\sqrt[3]{p}$