

2.1 Gelijkvormige driehoeken[1]

5	25	50	100
25	125	250	x

Hierboven staat een verhoudingstabel.

Kruiselings vermenigvuldigen van de getallen geeft:

$$5 \times 125 = 25 \times 25 (= 625)$$

$$5 \times 250 = 25 \times 50 (= 1250)$$

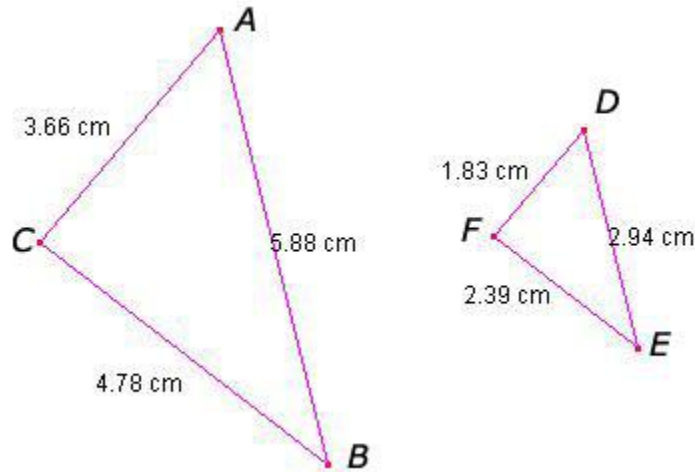
$$25 \times 250 = 50 \times 125 (= 6250)$$

Bij een verhoudingstabel zijn de kruisproducten altijd gelijk.

$$5 \cdot x = 25 \cdot 100$$

$$x = \frac{25 \cdot 100}{5} = \frac{2500}{5} = 500$$

2.1 Gelijkvormige driehoeken[2]



$\triangle ABC$ is twee keer zo groot als $\triangle DEF$. Beide driehoeken hebben dezelfde vorm.

$\triangle ABC$ is **gelijkvormig** met $\triangle DEF$ ($\triangle ABC \sim \triangle DEF$)

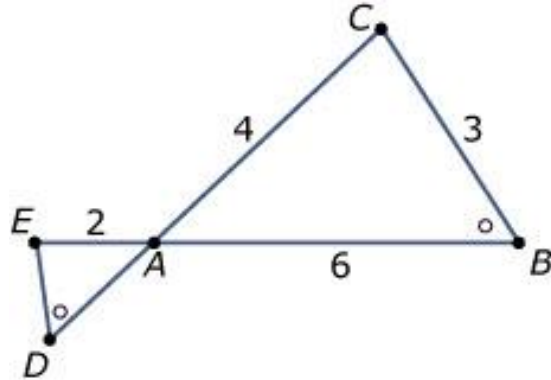
De overeenkomstige hoeken van beide driehoeken zijn nu gelijk:

$$\angle A = \angle D$$

$$\angle B = \angle E$$

$$\angle C = \angle F$$

2.1 Gelijkvormige driehoeken[2]



Voorbeeld:

$\triangle ABC$ en $\triangle ADE$ zijn gelijkvormig.
Bereken AD en DE

Stap 1:

Noteer welke driehoeken gelijkvormig zijn (Dit moet je soms aflezen)

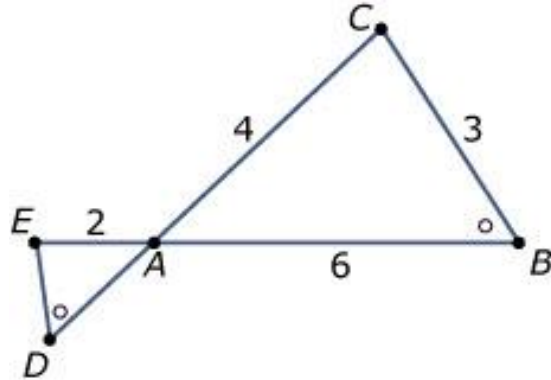
$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

Stap 2:

Maak een algemene verhoudingstabel. Zet de overeenkomstige zijden onder elkaar:

$\triangle ABC$	AB	BC	AC
$\triangle ADE$	AD	DE	AE

2.1 Gelijkvormige driehoeken[2]



Voorbeeld:

$\triangle ABC$ en $\triangle ADE$ zijn gelijkvormig.
Bereken AD en DE

Stap 3:

Maak een verhoudingstabel met de bekende waarden:

6	3	4
AD	DE	2

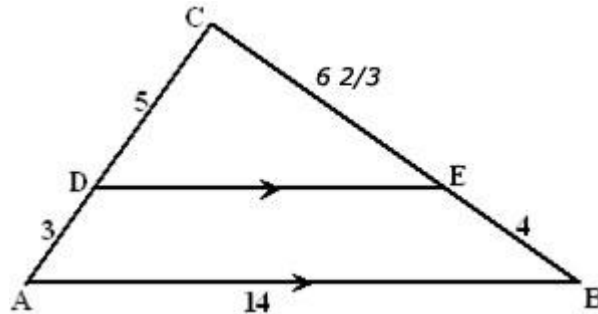
Stap 4:

Bereken de zijden AD en DE;

$$DE = \frac{3 \times 2}{4} = 1\frac{1}{2}$$

$$AD = \frac{6 \times 2}{4} = 3$$

2.1 Gelijkvormige driehoeken[3]



Voorbeeld:

De zijden AB en DE zijn evenwijdig.
Bereken DE.

Stap 1:

Laat zien dat de twee driehoeken in de figuur gelijkvormig zijn.

$\triangle ABC$ heeft drie hoeken: $\angle A$, $\angle B$ en $\angle C$.

$\triangle DEC$ heeft drie hoeken: $\angle D$, $\angle E$ en $\angle C$.

$\angle B = \angle E$ (F-hoeken)

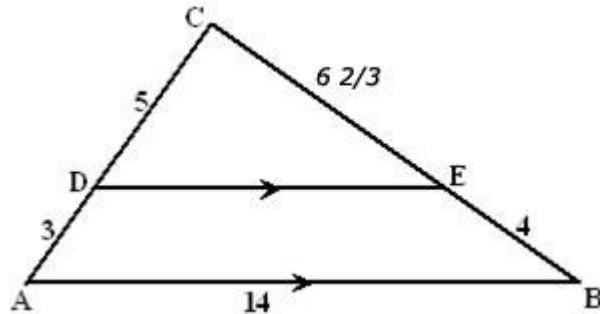
$\angle A = \angle D$ (F-hoeken)

Twee driehoeken zijn gelijkvormig als ze twee paar gelijke hoeken hebben.

Er geldt nu: $\triangle ABC \sim \triangle DEC$.

[Let op de juiste volgorde van de letters]

2.1 Gelijkvormige driehoeken[3]



Voorbeeld:

De zijden AB en DE zijn evenwijdig.
Bereken DE.

Stap 2:

Maak een algemene verhoudingstabel:

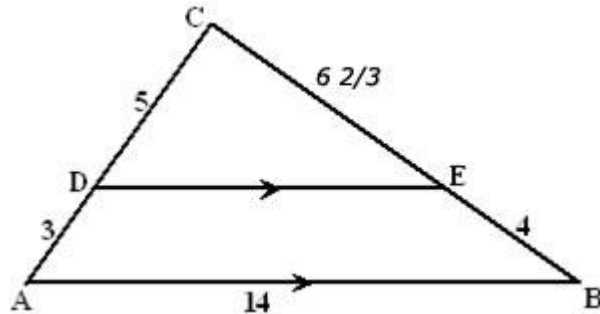
ΔABC	AB	BC	AC
ΔDEC	DE	EC	DC

Stap 3:

Maak een verhoudingstabel met de bekende waarden:

14	$10 \frac{2}{3}$	$8 (3+5)$
DE	$6 \frac{2}{3}$	5

2.1 Gelijkvormige driehoeken[3]



Voorbeeld:

De zijden AB en DE zijn evenwijdig.
Bereken DE .

Stap 4:

Bereken DE:

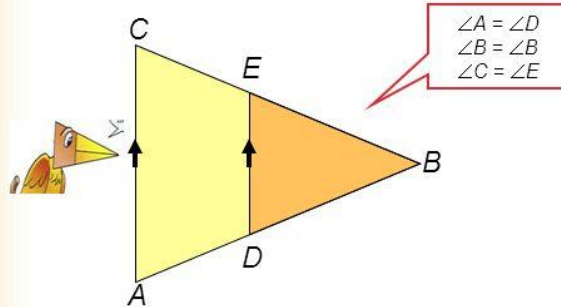
$$DE = \frac{14 \times 5}{8} = \frac{70}{8} = 8 \frac{3}{4}$$

2.2 Snavel- en zandloperfiguren[1]

Herhaling gelijkvormigheid

snavelfiguur

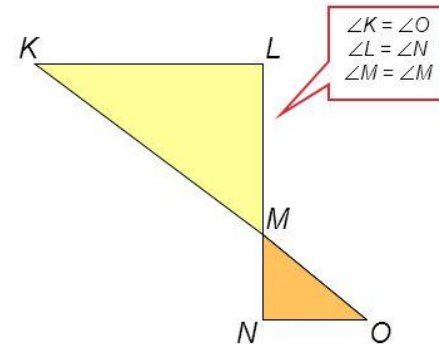
$$\triangle ABC \sim \triangle DBE$$



AB	BC	AC
DB	BE	DE

zandloperfiguur

$$\triangle KLM \sim \triangle ONM$$



KL	LM	KM
ON	NM	OM

10.1

In de **snavelfiguur** zitten F-hoeken.
In de **zandloperfiguur** zitten Z-hoeken.

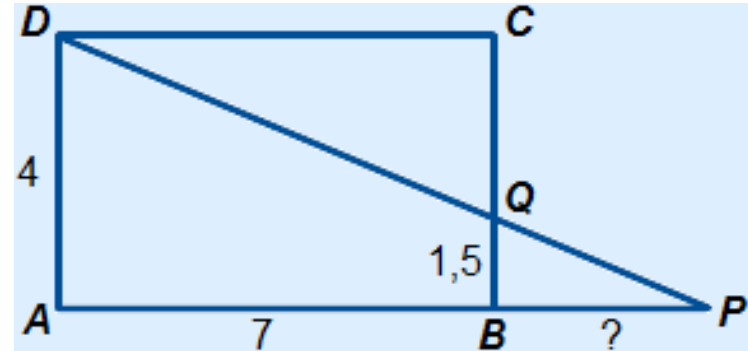
2.2 Snavel- en zandloperfiguren[1]

Voorbeeld:

Gegeven is de rechthoek ABCD.

Bereken BP.

$\triangle BPQ$ en $\triangle APD$ vormen een snavel-figuur.



BP	BQ
AP	AD

BP	1,5
AP	4

Met behulp van de snavelfiguur is BP niet op deze manier te berekenen.

$\triangle BPQ$ en $\triangle CDQ$ vormen een zandloperfiguur.

BP	BQ
CS	CQ

BP	1,5
7	2,5

$$BP = \frac{7 \times 1,5}{2,5} = 4,2$$

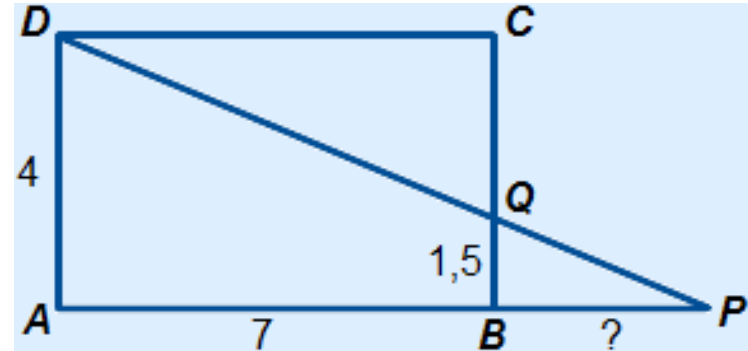
2.2 Snavel- en zandloperfiguren[2]

Voorbeeld:

Gegeven is de rechthoek ABCD.

Bereken BP.

$\triangle BPQ$ en $\triangle APD$ vormen een snavelfiguur.



BP	BQ	x	1,5
AP	AD	x+7	4

We noemen het stuk BP nu x. Nu is met behulp van de snavelfiguur BP te berekenen.

Kruislings vermenigvuldigen geeft:

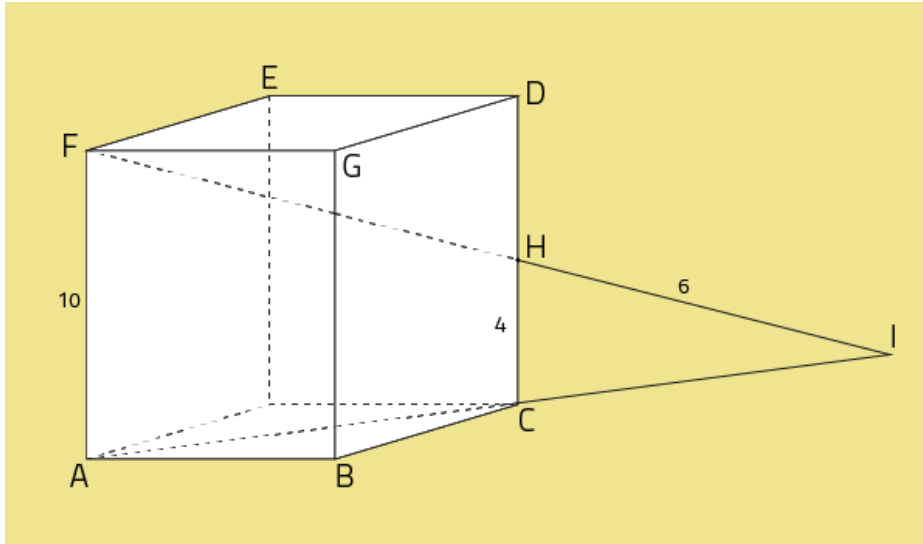
$$x \cdot 4 = 1,5 \cdot (x + 7)$$

$$4x = 1,5x + 10,5$$

$$2,5x = 10,5$$

$$x = 4,2$$

2.2 Snavel- en zandloperfiguren[3]



Voorbeeld:

In het plaatje hiernaast is een kubus getekend.

Bereken AI.

Stap 1:

Zoek een snavel- of zandloperfiguur en teken deze apart.

Stap 2:

Bereken CI:

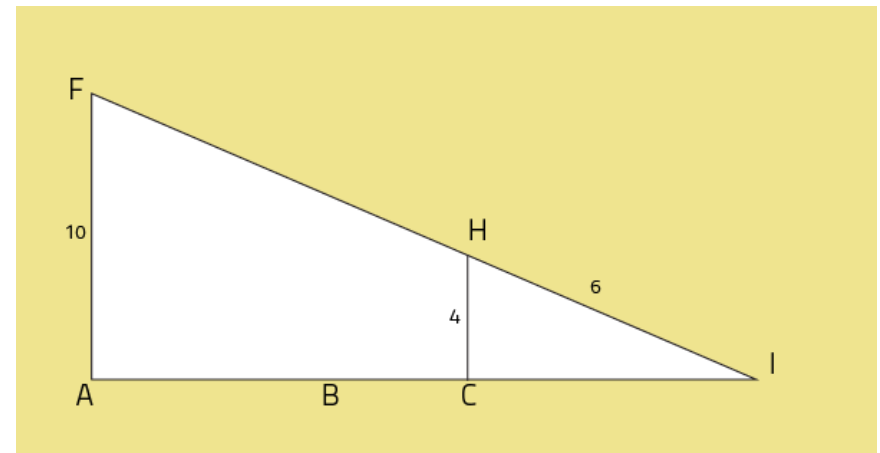
$$CI^2 + CH^2 = HI^2$$

$$CI^2 + 4^2 = 6^2$$

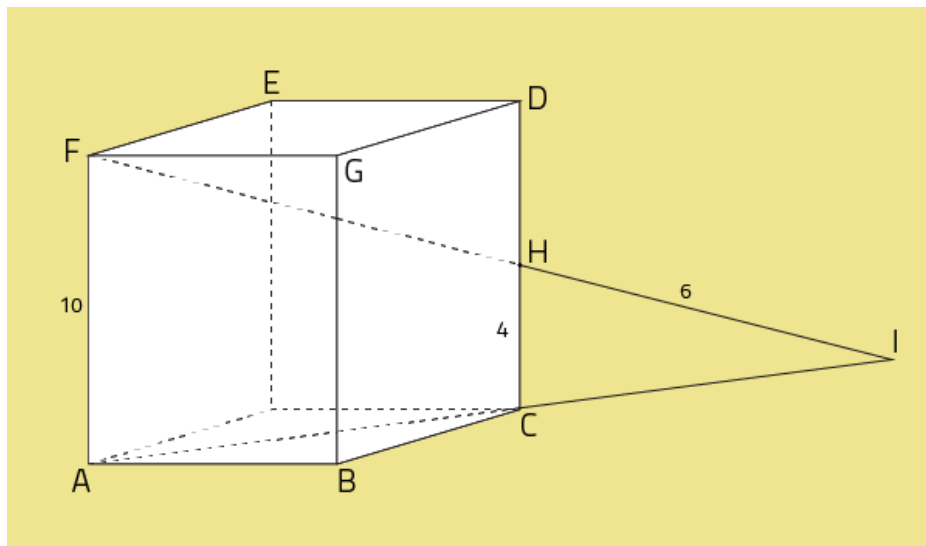
$$CI^2 + 16 = 36$$

$$CI^2 = 20$$

$$CI = \sqrt{20}$$



2.2 Snavel- en zandloperfiguren[3]



Voorbeeld:

In het plaatje hiernaast is een kubus getekend.

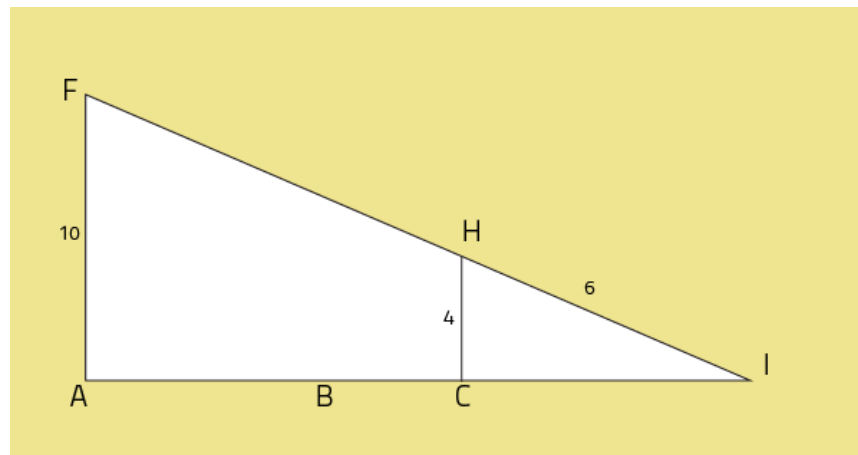
Bereken AI.

Stap 3:

Bereken AI via een snavelfiguur:

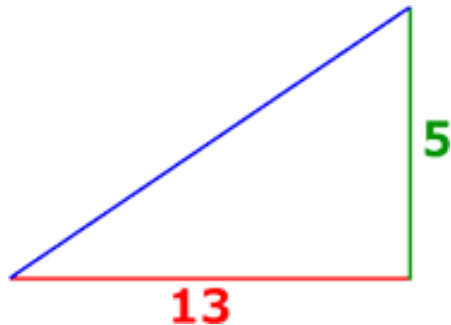
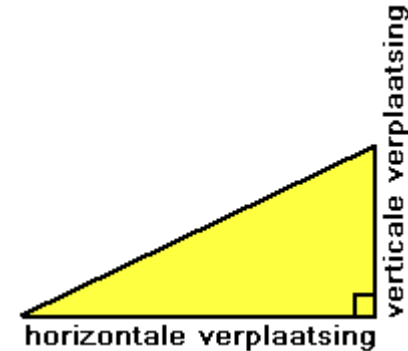
CI	CH	$\sqrt{20}$	4
AI	AF	AI	10

$$AI = \frac{\sqrt{20} \cdot 10}{4} = 2\frac{1}{2} \cdot \sqrt{20} = 2\frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$$



2.3 Hellingsgetal [1]

$$\text{Hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$$



Voorbeeld:

Bereken het hellingsgetal.

$$\text{Hellingsgetal} = \frac{5}{13}$$

Bij een horizontale verplaatsing van 13 meter, hoort een stijging van 5 meter.
Bij een horizontale verplaatsing van 1 meter, hoort een stijging van $5/13$ meter.
Bij een horizontale verplaatsing van 300 meter, hoort een stijging van $300 \times 5/13 \approx 115,4$ meter. (Of via een verhoudingstabel)

2.4 De tangens [1]

In de hiernaast getekende **rechthoekige** driehoek kun je de hoek tussen de blauwe en de rode zijde uitrekenen.

Dit doe je met de tangens:

$$\text{Tangens} = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}} = \frac{5}{13}$$

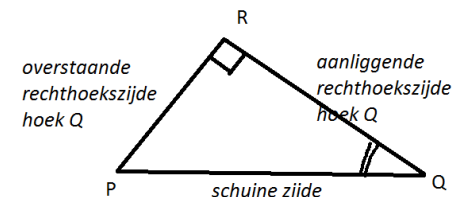
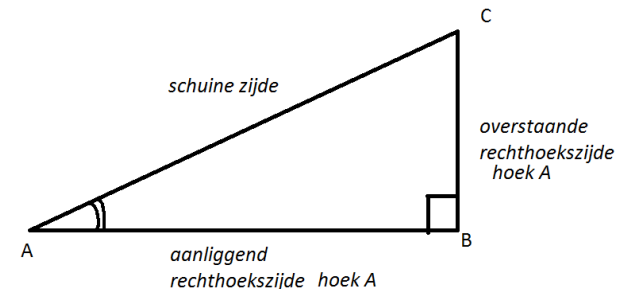
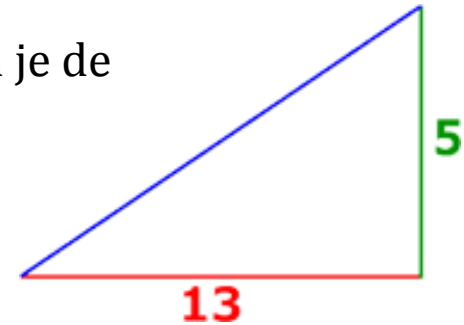
Algemeen:

$$\text{Sinus } (\angle A) = \frac{\text{Overstaande rechthoekzijde}}{\text{Schuine zijde}} \left(\frac{BC}{AC} \right)$$

$$\text{Cosinus } (\angle A) = \frac{\text{Aanliggende rechthoekzijde}}{\text{Schuine zijde}}$$

$$\text{Tangens } (\angle A) = \frac{\text{Overstaande rechthoekzijde}}{\text{Aanliggende rechthoekzijde}}$$

Ezelsbruggetje: SOS CAS TOA



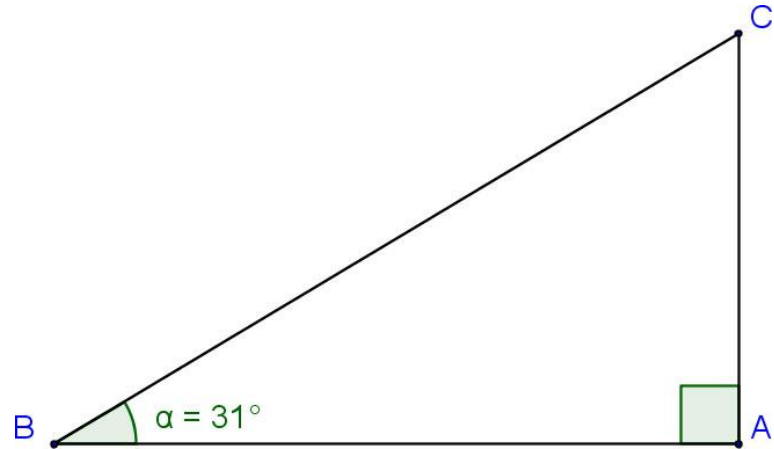
2.4 De tangens[2]

Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC
met $\angle B = 31^\circ$ en $AB = 6$ cm.

Bereken AC.

$$\tan(\angle B) = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}} = \frac{AC}{AB}$$



$$\tan(31^\circ) = \frac{AC}{6}$$

$$AC = 6 \times \tan(31^\circ) \approx 3,61 \text{ cm.}$$

Rekenmachine:



Opgave 50

Opgave 50A:

$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan 70^\circ = \frac{BC}{16,75}$$

$$BC = 16,75 \cdot \tan 70^\circ \approx 46 \text{ m}$$

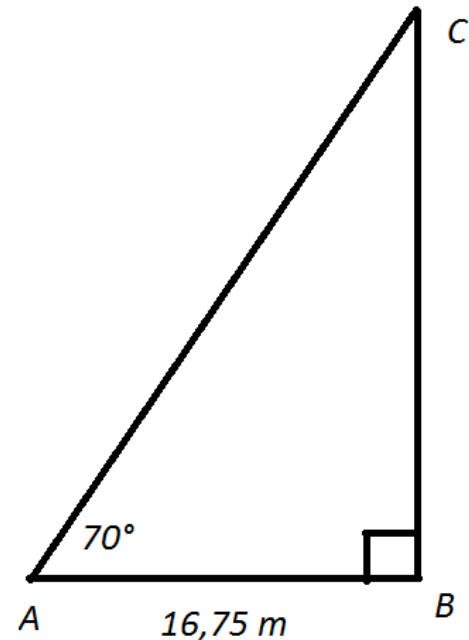
[Zet de onafgeronde uitkomst in je geheugen en reken hier mee door]

Opgave 50B:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = (16,75)^2 + (46,.....)^2 \approx 2398,43$$

$$AC \approx 48,97.... \text{ m}$$



Afstand	48,97...	48,97.../44	4006,94...
Tijd	44	1	3600

In 3600 seconden (1 uur) wordt 4006,94 m (4,0 km) afgelegd.

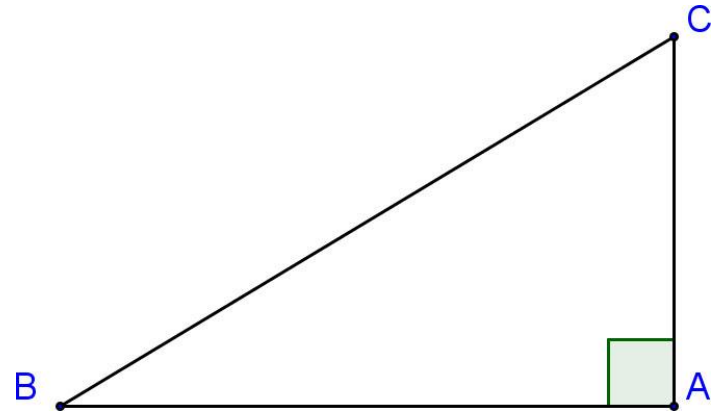
2.4 De tangens[3]

Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC
Met $AB = 10$ cm en $AC = 6$ cm.

Bereken $\angle B$.

$$\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10} =$$



Met de inverse tangens ($\tan^{-1}$) kun je nu $\angle B$ uitrekenen. ($\approx 31^\circ$)

Rekenmachine:



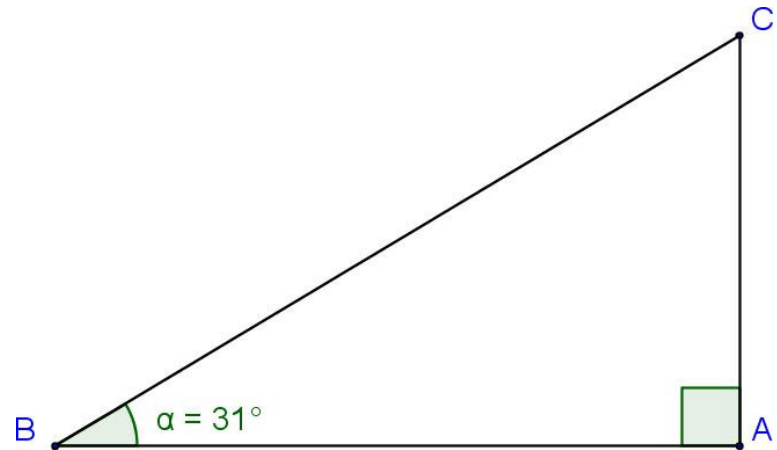
2.5 Berekeningen met de tangens [1]

Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC.

$$\tan(\angle B) = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan(\angle A) = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}} = \frac{AB}{AC}$$

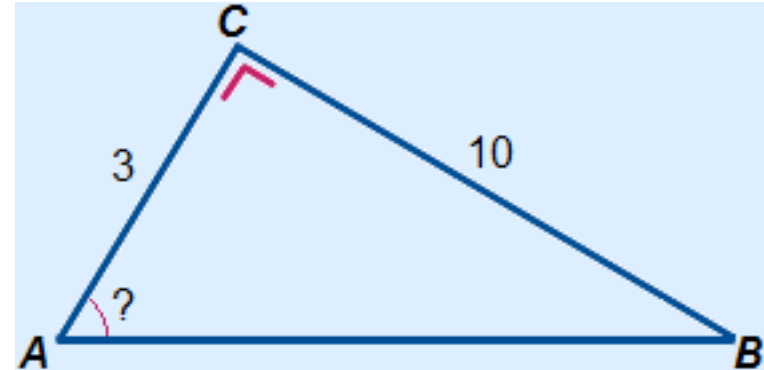


2.5 Berekeningen met de tangens [1]

Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC met $AC = 3$, $BC = 10$ en $\angle C = 90^\circ$.

Bereken $\angle A$ en $\angle B$.



$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AC} = \frac{10}{3}$$

$$\angle A = \tan^{-1}\left(\frac{10}{3}\right) \approx 73,3^\circ$$

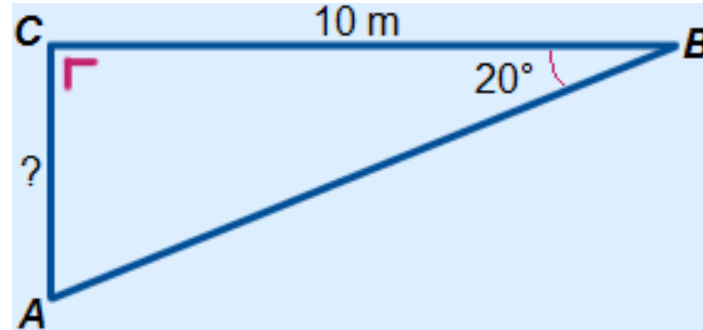
($\angle$ -som $\triangle ABC$)

$$\begin{aligned}\angle B &= 180^\circ - \angle A - \angle C \\ &= 180^\circ - 73,3 - 90^\circ \\ &= 16,7^\circ\end{aligned}$$

2.5 Berekeningen met de tangens [2]

Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC met $BC = 10 \text{ m}$, $\angle B = 20^\circ$ en $\angle C = 90^\circ$. Bereken AC.



$$\tan(\angle B) = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan(20^\circ) = \frac{AC}{10}$$

$$AC = 10 \cdot \tan(20^\circ) \approx 3,64 \text{ m}$$