

# 5.1 Herleiden [1]

## **Herhaling haakjes wegwerken:**

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(ab)^2 = a^2b^2$$

## **Voorbeeld 1:**

$$\begin{aligned}(a + 5)(a - 6) - (2a + 5)(-a + 7) &= \\ a^2 - 6a + 5a - 30 - (-2a^2 + 14a - 5a + 35) &= \\ a^2 - 6a + 5a - 30 + 2a^2 - 14a + 5a - 35 &= \\ 3a^2 - 10a - 65\end{aligned}$$

# 5.1 Herleiden [1]

## Herhaling merkwaardige producten:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

## Voorbeeld 2:

$$(5a)^2 - (2a - 3b)^2 =$$

$$25a^2 - (4a^2 - 12ab + 9b^2) =$$

$$25a^2 - 4a^2 + 12ab - 9b^2 =$$

$$21a^2 + 12ab - 9b^2$$

Let op de haakjes!!!

## Voorbeeld 3:

$$4(x - 7)^2 - 5(x - 3)(x + 2) =$$

$$4(x^2 - 14x + 49) - 5(x^2 + 2x - 3x - 6) =$$

$$4x^2 - 56x + 196 - 5x^2 - 10x + 15x + 30 =$$

$$-x^2 - 51x + 226$$

Let op de volgorde van berekenen:  
Eerst machtsverheffen en dan  
vermenigvuldigen.

# 5.1 Herleiden [2]

## Voorbeeld 1:

$$(x + 6)(3x - y + 3) =$$

$$x \cdot 3x + x \cdot -y + x \cdot 3 + 6 \cdot 3x + 6 \cdot -y + 6 \cdot 3 =$$

Deze tussenstap hoeft je niet op te schrijven.

$$3x^2 - xy + 3x + 18x - 6y + 18 =$$
$$3x^2 - xy + 21x - 6y + 18$$

## Voorbeeld 2:

$$(2x - 3)^3 =$$

$$(2x - 3)(2x - 3)^2 =$$

$$(2x - 3)(4x^2 - 12x + 9) =$$

$$8x^3 - 24x^2 + 18x - 12x^2 + 36x - 27 =$$

$$8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

## 5.2 Herleiden van machten

### **Rekenen met machten:**

- Let op het teken van de uitkomst;
- Zet de letters (indien nodig) op alfabetische volgorde.

**Vermenigvuldigen is exponenten optellen:**

$$a^3 \cdot a^5 = a^8$$

**Optellen alleen bij gelijknamige termen:**

$$3a^3 + 4a^3 = 7a^3$$

**Bij macht van een macht exponenten vermenigvuldigen:**

$$(a^5)^4 = a^{20}$$

**Delen is exponenten aftrekken:**

$$\frac{a^8}{a^2} = a^6$$

**Macht van een product:**

$$(2a^3)^4 = 16a^{12}$$

## 5.2 Herleiden van machten

### **Voorbeeld 1:**

$$(2a)^3 \cdot (-3a)^4 = 8a^3 \cdot 81a^4 = 648a^7$$

### **Voorbeeld 2:**

$$(2a^4)^3 + (-3a^3)^4 = 8a^{12} + 81a^{12} = 89a^{12}$$

### **Voorbeeld 3:**

$$(a^4 - 6)^2 = a^8 - 12a^4 + 36$$

### **Voorbeeld 4:**

$$\frac{28y^7z^4}{7y^3z^3} = 4y^4z$$

## 5.3 Breuken herleiden [1]

### **Voorbeeld 1:**

$$\frac{8a}{10a} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

### **Voorbeeld 2:**

$$\frac{3ab + 4bc}{2ab} = \frac{b(3a + 4c)}{2ab} = \frac{3a + 4c}{2a}$$

Bij het vereenvoudigen van deze breuk ontbind je de teller in factoren.  
Hierna kun je de breuk herleiden.

### **Voorbeeld 3:**

$$\frac{3a^2 - 3ab}{a - b} = \frac{3a(a - b)}{a - b} = \frac{3a}{1} = 3a$$

Bij het vereenvoudigen van deze breuk ontbind je de teller in factoren.  
Hierna kun je de breuk herleiden.

## 5.3 Breuken herleiden [1]

### **Voorbeeld 4:**

$$\frac{ab + ac}{2a} = \frac{a(b + c)}{2a} = \frac{b + c}{2}$$

Bij het vereenvoudigen van deze breuk ontbind je de teller in factoren.  
Hierna kun je de breuk herleiden.

### **Voorbeeld 5:**

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{2x - 6} = \frac{(x - 1)(x - 3)}{2(x - 3)} = \frac{x - 1}{2}$$

Bij het vereenvoudigen van deze breuk ontbind je teller en noemer in factoren.  
Hierna kun je de breuk herleiden.

### **Let op:**

Als de teller van de breuk uit twee of meer factoren bestaat, kun je deze pas herleiden als je de teller (en soms ook de noemer) in factoren hebt ontbonden.

## 5.3 Breuken herleiden [2]

$\frac{3}{a}$  en  $\frac{2}{a}$  hebben dezelfde noemer. Deze breuken zijn **gelijknamig**.

$\frac{4}{a}$  en  $\frac{2}{b}$  hebben niet dezelfde noemer. Deze breuken zijn **niet gelijknamig**.

### Voorbeeld 1:

$$\frac{3}{a} + \frac{2}{a} = \frac{5}{a}$$

Gelijknamige breuken kun je meteen optellen

### Voorbeeld 2:

$$\frac{4}{a} + \frac{2}{b} =$$
$$\frac{4b}{ab} + \frac{2a}{ab} = \frac{4b + 2a}{ab}$$

Niet gelijknamige breuken moet je eerst gelijknamig maken, voordat je ze op kunt tellen.

## 5.3 Breuken herleiden [2]

### Voorbeeld 3:

$$\begin{aligned}\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+2} &= \\ \frac{2(x+2)}{(x-1)(x+2)} - \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+2)} &= \\ \frac{2(x+2) - 3(x-1)}{(x-1)(x+2)} &= \\ \frac{2x+4-3x+3}{(x-1)(x+2)} &= \\ \frac{-x+7}{(x-1)(x+2)}\end{aligned}$$

## 5.3 Breuken herleiden [2]

### Voorbeeld 4:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

**Als je twee breuken met elkaar vermenigvuldigd moet je de tellers en de noemers van beide breuken met elkaar vermenigvuldigen.**

### Voorbeeld 5:

$$\frac{6x}{7} \cdot \frac{y}{z} = \frac{6xy}{7z}$$

### Voorbeeld 6:

$$\frac{2x}{y} \cdot \frac{4}{8y} = \frac{8x}{8y^2} = \frac{x}{y^2}$$

### Let op:

Herleid indien mogelijk het antwoord

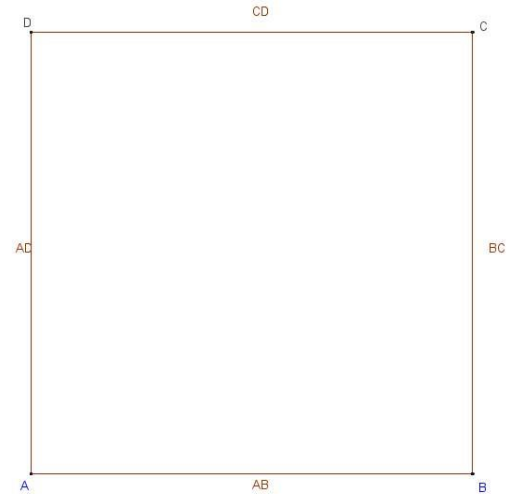
## 5.4 Wortels herleiden [1]

### **Voorbeeld 1:**

De oppervlakte van een vierkant ABCD is  $8 \text{ cm}^2$ .

De lengte van de zijden van dit vierkant is  $\sqrt{8} \text{ cm}$

$$\begin{aligned}\text{Opp ABCD} &= AB \cdot BC \\ &= \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} \\ &= (\sqrt{8})^2 \\ &= 8 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



### **Algemeen:**

Het kwadraat van  $\sqrt{a}$  is  $a$ , dus  $(\sqrt{a})^2 = a$

## 5.4 Wortels herleiden [1]

### **Herhaling:**

$$(ab)^2 = a^2b^2$$

### **Voorbeeld 2:**

$$\left(-3\sqrt{7}\right)^2 = (-3)^2 \cdot \left(\sqrt{7}\right)^2 = 9 \cdot 7 = 63$$

### **Voorbeeld 4:**

$$\left(-3\sqrt{6}\right)^2 - 6\left(\sqrt{4}\right)^2 =$$

$$(-3)^2 \cdot \left(\sqrt{6}\right)^2 - 6 \cdot \left(\sqrt{4}\right)^2 =$$

$$9 \cdot 6 - 6 \cdot 4 =$$

$$54 - 24 = 30$$

## 5.4 Wortels herleiden [1]

### **Herhaling:**

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

### **Voorbeeld 5:**

$$6\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{7} = 18\sqrt{35}$$

### **Voorbeeld 6:**

$$6\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{20} = 18\sqrt{100} = 18 \cdot 10 = 180$$

### **Let op:**

- Een “mooie” wortel, reken je uit en laat je niet in het eindantwoord staan;
- Alle andere wortels, laat je in je eindantwoord staan.

## 5.4 Wortels herleiden [1]

**Er geldt:**  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

**Voorbeeld 7:**

$$\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$$

**Voorbeeld 8:**

$$\sqrt{\frac{169}{36}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{36}} = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$$

**Voorbeeld 9:**

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

**Let op:**

- Als je de wortel van een breuk neemt, werk dan eerst de helen weg;
- Haal bij het eindantwoord zo mogelijk de helen uit de breuk.

## 5.4 Wortels herleiden [2]

### Voorbeeld 1:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

### Voorbeeld 2:

$$\sqrt{120} = \sqrt{4 \cdot 30} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{30} = 2\sqrt{30}$$

### Voorbeeld 3:

$$\sqrt{32} = \sqrt{4 \cdot 8} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{8} = 2\sqrt{8} \quad (\text{Fout})$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \quad (\text{Goed})$$

### Let op:

- Breng steeds een **zo groot mogelijke factor** voor het wortelteken.

## 5.4 Wortels herleiden [2]

### **Voorbeeld 4:**

$$\begin{aligned}(5\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 &= \\ (5\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 &= \\ 25 \cdot 3 - 2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + 6 &= \\ 75 - 10\sqrt{18} + 6 &= \\ 81 - 10\sqrt{9 \cdot 2} &= \\ 81 - 10 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} &= \\ 81 - 30\sqrt{2}\end{aligned}$$

## 5.4 Wortels herleiden [3]

### **Afspraak:**

Laat in de noemer van een breuk nooit een wortel staan.

### **Voorbeeld 1:**

$$\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

### **Voorbeeld 2:**

$$\sqrt{1\frac{3}{7}} = \sqrt{\frac{10}{7}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{70}}{7} = \frac{1}{7}\sqrt{70}$$

## 5.4 Wortels herleiden [3]

### **Afspraak:**

Laat in de noemer van een breuk nooit een wortel staan.

### **Voorbeeld 3:**

$$\frac{12}{\sqrt{3}} - 5\sqrt{12} =$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 5\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} =$$

$$\frac{12\sqrt{3}}{3} - 5 \cdot 2\sqrt{3} =$$

$$4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$$

## 5.5 Kwadraatafsplitsen [1]

### **Voorbeeld 1:**

Herleid  $(x - 3)^2$

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9.$$

### **Voorbeeld 2:**

Ontbindt in factoren  $x^2 - 6x + 9$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 &= (x - 3)(x - 3) \\ &= (x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Uit} \quad & x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 \\ \text{volgt:} \quad & x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9 \end{aligned}$$

Dit is een voorbeeld van kwadraatafsplitsen.

Merk op dat getal in het kwadraat  $(-3)$ , de helft is van  $(-6)$ .

Merk op dat het losse getal aan de rechterzijde, dat van het kwadraat afgehaald wordt  $(9)$ , het kwadraat van  $(-3)$  is.

## 5.5 Kwadraatafsplitsen [1]

### **Voorbeeld 3:**

Herleid  $(x + 4)^2$

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16.$$

### **Voorbeeld 4:**

Ontbindt in factoren  $x^2 + 8x + 16$

$$\begin{aligned} x^2 + 8x + 16 &= (x + 4)(x + 4) \\ &= (x + 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Uit} \quad x^2 + 8x + 16 &= (x + 4)^2 \\ \text{volgt:} \quad x^2 + 8x &= (x + 4)^2 - 16 \end{aligned}$$

Dit is een voorbeeld van kwadraatafsplitsen.

Merk op dat getal in het kwadraat (4), de helft is van (8).

Merk op dat het losse getal aan de rechterzijde, dat van het kwadraat afgehaald wordt (16), het kwadraat van (4) is.

## 5.5 Kwadraatafsplitsen [1]

### **Voorbeeld 5:**

Splits het kwadraat af van:  $x^2 + 10x - 13$

$$x^2 + 10x - 13 = (x + 5)^2 - 25 - 13 = (x + 5)^2 - 38$$

Merk op dat getal in het kwadraat (5), de helft is van (10).

Merk op dat het toegevoegde losse getal aan de rechterzijde, dat van het kwadraat afgehaald wordt (25), het kwadraat van (5) is.

### **Voorbeeld 6:**

Splits het kwadraat af van:  $x^2 - x + 3\frac{1}{2}$

$$x^2 - x + 3\frac{1}{2} = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + 3\frac{1}{2} = (x - \frac{1}{2})^2 + 3\frac{1}{4}$$

Merk op dat getal in het kwadraat ( $-\frac{1}{2}$ ), de helft is van (-1).

Merk op dat het toegevoegde losse getal aan de rechterzijde, dat van het kwadraat afgehaald wordt ( $\frac{1}{4}$ ), het kwadraat van ( $-\frac{1}{2}$ ) is.

## 5.5 Kwadraatafsplitsen [2]

### **Voorbeeld 2:**

Los exact op met behulp van kwadraatafsplitsen:  $x^2 + 10x - 13 = 0$

$$x^2 + 10x - 13 = 0$$

$$(x + 5)^2 - 38 = 0$$

$$(x + 5)^2 = 38$$

$$x + 5 = \sqrt{38}$$

$$x = -5 + \sqrt{38}$$

$$\text{of } x + 5 = -\sqrt{38}$$

$$\text{of } x = -5 - \sqrt{38}$$

## 5.5 Kwadraatafsplitsen [2]

Herhaling oplossing kwadratische vergelijking:

### **Voorbeeld 1:**

$$3x^2 - 6 = 0$$

$$3x^2 = 6$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$$

### **Voorbeeld 2:**

Los op met behulp van kwadraatafsplitsen:  $x^2 + 10x - 13$

$$x^2 + 10x - 13 = (x + 5)^2 - 25 - 13 = (x + 5)^2 - 38$$

Merk op dat getal in het kwadraat (5), de helft is van (10).

Merk op dat het toegevoegde losse getal aan de rechterzijde, dat van het kwadraat afgehaald wordt (25), het kwadraat van (5) is.

## 5.5 Kwadraatafsplitsen [2]

### **Voorbeeld 3:**

Splits het kwadraat af van:  $3x^2 + 12x + 11$

$$3x^2 + 12x + 11 =$$

$$3(x^2 + 4x) + 11 =$$

$$3((x + 2)^2 - 4) + 11 =$$

$$3(x + 2)^2 - 12 + 11 =$$

$$3(x + 2)^2 - 1$$

Schrijf in de vorm  $(x^2 + bx)$

Splits het kwadraat af

Werk de buitenste haakjes weg