

6.1 Hellingen [1]

Voorbeeld 1:

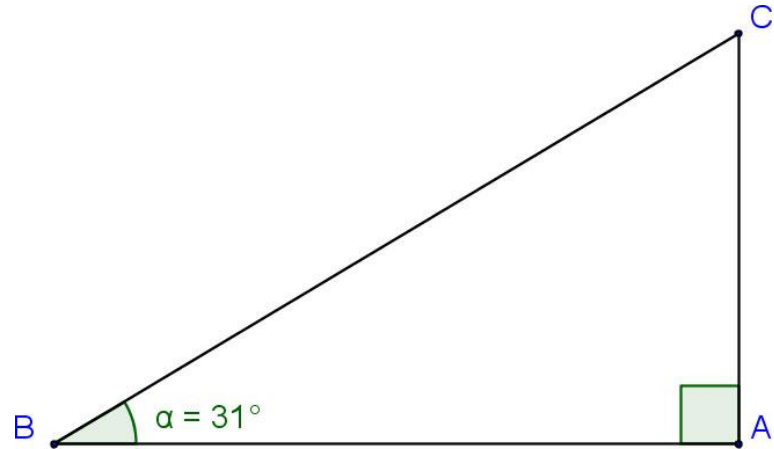
Gegeven is de driehoek ABC
met $\angle B = 31^\circ$ en $AB = 10$ cm.

Bereken AC.

$$\tan(\angle B) = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan(31^\circ) = \frac{AC}{10}$$

$$AC = 10 \cdot \tan(31^\circ) \approx 6 \text{ cm.}$$



Rekenmachine:



6.1 Hellingen [1]

Voorbeeld 2:

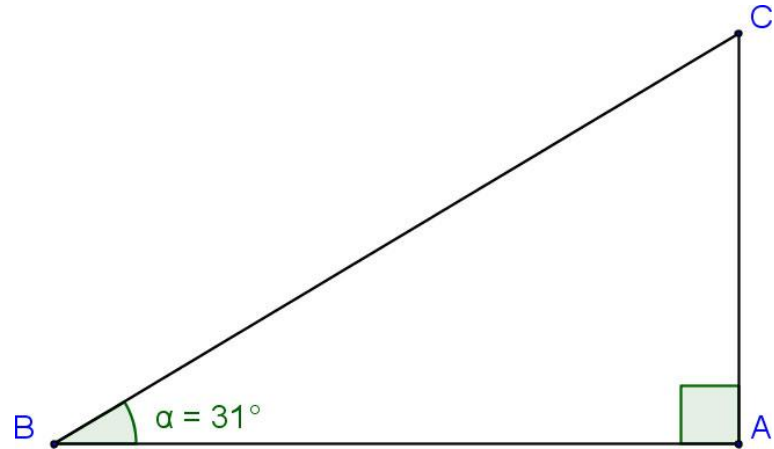
Gegeven is de driehoek ABC met $\angle B = 31^\circ$ en $AC = 6$ cm.

Bereken BC.

$$\sin(\angle B) = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin(31^\circ) = \frac{6}{BC}$$

$$BC = \frac{6}{\sin(31^\circ)} \approx 11,65$$



Rekenmachine:



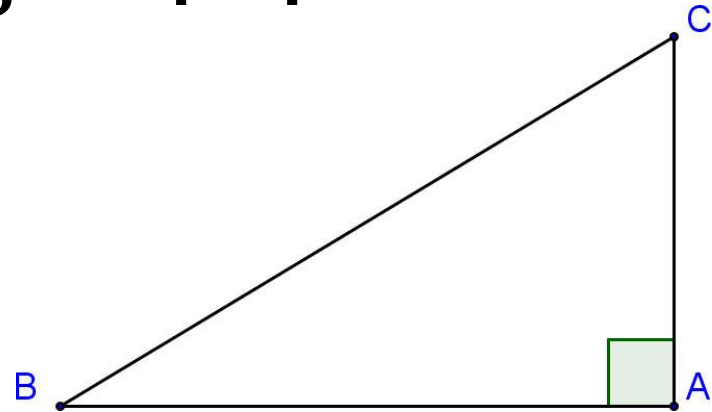
6.1 Hellingen [2]

Voorbeeld 3:

Gegeven is de driehoek ABC

Met $AC = 6$ cm en $BC = 11,66$ cm.

Bereken $\angle B$.



$$\sin(\angle B) = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{11,66} =$$

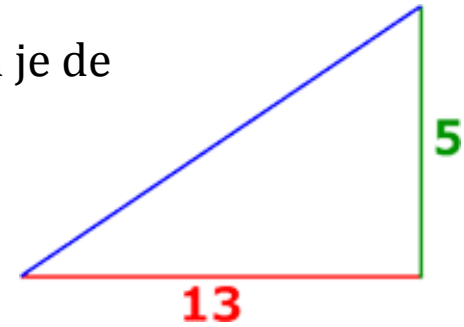
Met de inverse sinus (\sin^{-1}) kun je nu $\angle B$ uitrekenen. ($\approx 31^\circ$)

Rekenmachine:



6.2 Goniometrische verhoudingen [1]

In de hiernaast getekende **rechthoekige** driehoek kun je de hoek tussen de blauwe en de rode zijde uitrekenen.



Dit doe je met de tangens:

$$\text{Tangens} = \frac{\text{overstaande rechthoekzijde}}{\text{aanliggende rechthoekzijde}} = \frac{5}{13}$$

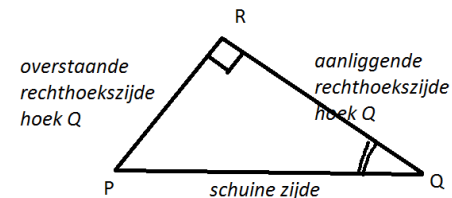
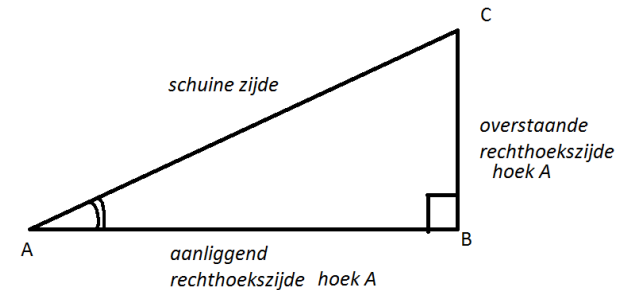
Algemeen:

$$\text{Sinus } (\angle A) = \frac{\text{Overstaande rechthoekzijde}}{\text{Schuine zijde}} \left(= \frac{BC}{AC} \right)$$

$$\text{Cosinus } (\angle A) = \frac{\text{Aanliggende rechthoekzijde}}{\text{Schuine zijde}} \left(= \frac{AB}{AC} \right)$$

$$\text{Tangens } (\angle A) = \frac{\text{Overstaande rechthoekzijde}}{\text{Aanliggende rechthoekzijde}} \left(= \frac{BC}{AB} \right)$$

Ezelsbruggetje: SOS CAS TOA



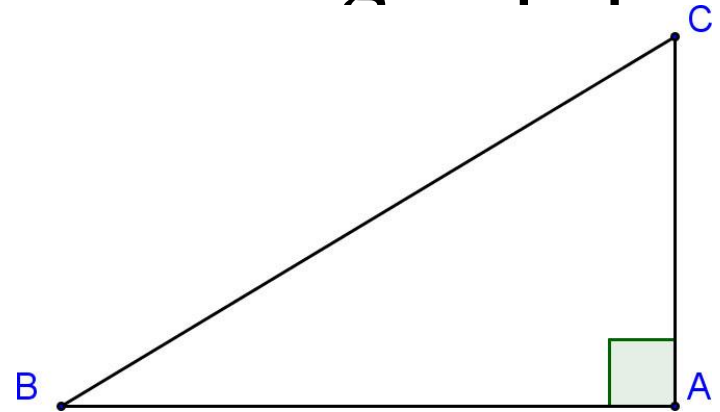
6.2 Goniometrische verhoudingen [2]

Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC

Met $AB = 10$ cm en $BC = 11,66$ cm.

Bereken $\angle B$.



$$\cos(\angle B) = \frac{\text{aanliggende rechthoekzijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{AB}{BC} = \frac{10}{11,66}$$

Met de inverse sinus (\cos^{-1}) kun je nu $\angle B$ uitrekenen. ($\approx 31^\circ$)

Rekenmachine:



6.3 Berekeningen met sinus, cosinus en tangens [1]

Voorbeeld 1:

Gegeven is de driehoek PQR met $\angle P = 22^\circ$, $\angle Q = 90^\circ$ en $PR = 4$.

Bereken RQ.

Maak voordat je gaat rekenen een schets van driehoek PQR.

Merk op dat RQ de overstaande rechthoekzijde is t.o.v. $\angle P$.

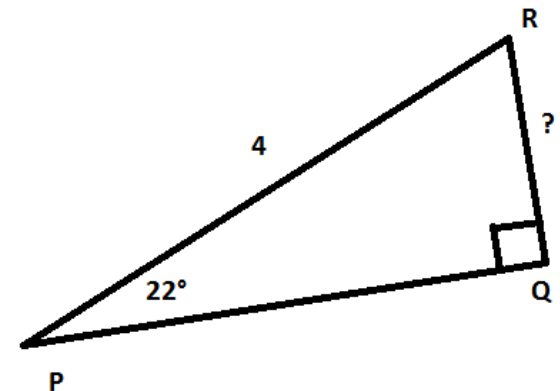
Merk op dat PR de schuine zijde is t.o.v. $\angle P$.

$$\sin(\angle P) = \frac{RQ}{PR}$$

$$\sin(22^\circ) = \frac{RQ}{4}$$

$$RQ = 4 \cdot \sin(22^\circ)$$

$$RQ \approx 1,50$$



6.3 Berekeningen met sinus, cosinus en tangens [1]

Voorbeeld 2:

Gegeven is de driehoek ABC met $\angle B = 25^\circ$, $\angle A = 90^\circ$ en $AB = 3$.
Bereken BC.

Maak voordat je gaat rekenen een schets van driehoek ABC.

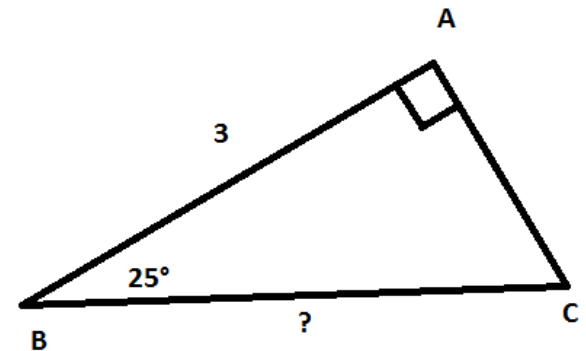
Merk op dat AB de aanliggende rechthoekzijde is t.o.v. $\angle B$.

Merk op dat BC de schuine zijde is t.o.v. $\angle B$.

$$\cos(\angle B) = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin(25^\circ) = \frac{3}{BC}$$

$$BC = \frac{3}{\sin(25^\circ)} \approx 3,31$$



6.3 Berekeningen met sinus, cosinus en tangens [1]

Voorbeeld 3:

Gegeven is de driehoek ABC met $\angle A = 90^\circ$ en $AB = 4$ en $BC = 5$.
Bereken $\angle C$.

Maak voordat je gaat rekenen een schets van driehoek ABC.

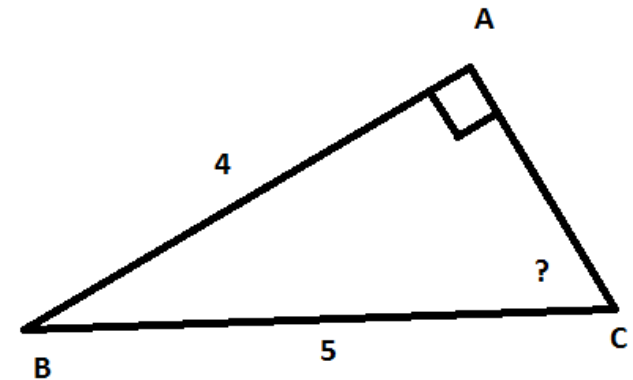
Merk op dat AB de overstaande rechthoekzijde is t.o.v. $\angle C$.

Merk op dat BC de schuine zijde is t.o.v. $\angle C$.

$$\sin(\angle C) = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin(\angle C) = \frac{4}{5}$$

$$\angle C = \sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) \approx 53,1^\circ$$



6.4 Berekeningen in de ruimte [1]

Voorbeeld 1:

Gegeven is de balk ABCD EFGH met

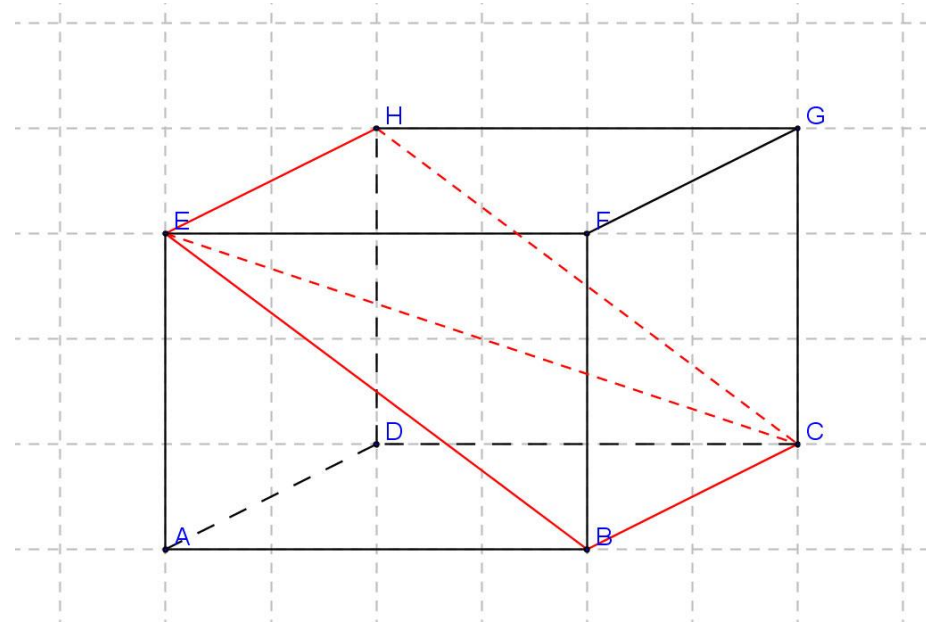
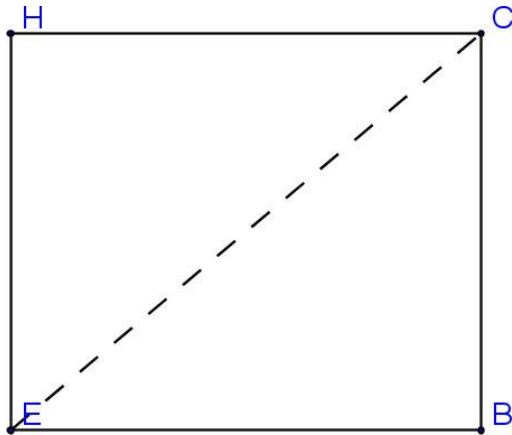
$AB = 4$, $BC = 3$ en $AE = 3$.

Bereken $\angle BEC$

Stap 1:

Schets het diagonaalvlak waarin $\angle BEC$

ligt.



Stap 2:

Bereken BE met de Stelling van Pythagoras in $\triangle ABE$:

$$BE^2 = AB^2 + AE^2$$

$$BE^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow BE = \sqrt{25} = 5$$

6.4 Berekeningen in de ruimte [1]

Voorbeeld 1:

Gegeven is de balk ABCD EFGH met

$AB = 4$, $BC = 3$ en $AE = 3$.

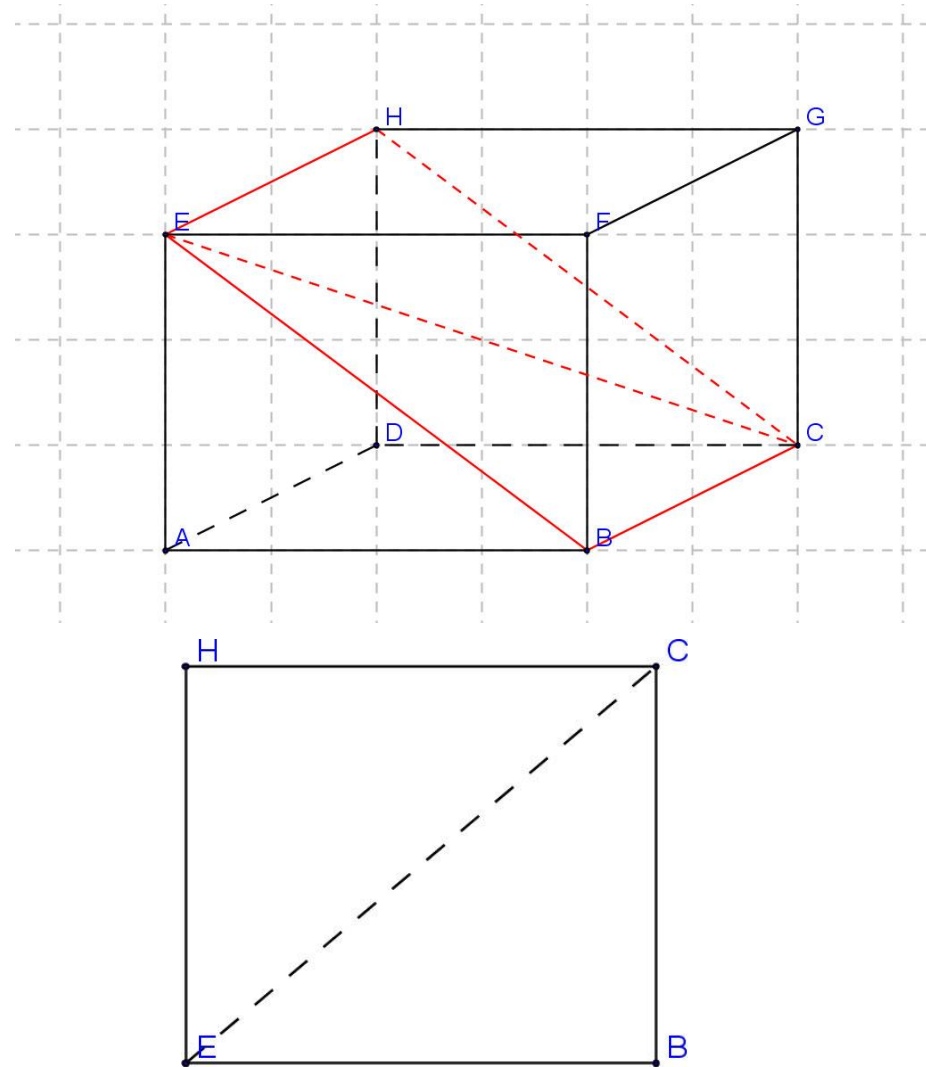
Bereken $\angle BEC$

Stap 3:

Gebruik de juiste goniometrische verhouding.

$$\begin{aligned}\tan(\angle BEC) &= \frac{BC}{EB} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 31,0^\circ$$



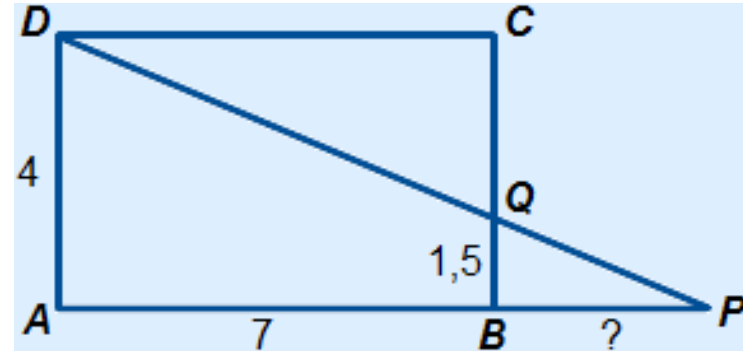
6.5 Lijnstukken berekenen [1]

Voorbeeld:

Gegeven is de rechthoek ABCD.

Bereken BP.

$\triangle BPQ$ en $\triangle APD$ vormen een snavel-
figuur.



BP	BQ	x	1,5
AP	AD	x+7	4

We noemen het stuk BP nu x. Nu is met behulp van de snavelfiguur BP te berekenen.

Kruislings vermenigvuldigen geeft:

$$x \cdot 4 = 1,5 \cdot (x + 7)$$

$$4x = 1,5x + 10,5$$

$$2,5x = 10,5$$

$$x = 4,2$$

Lijnstukken kun je berekenen met:

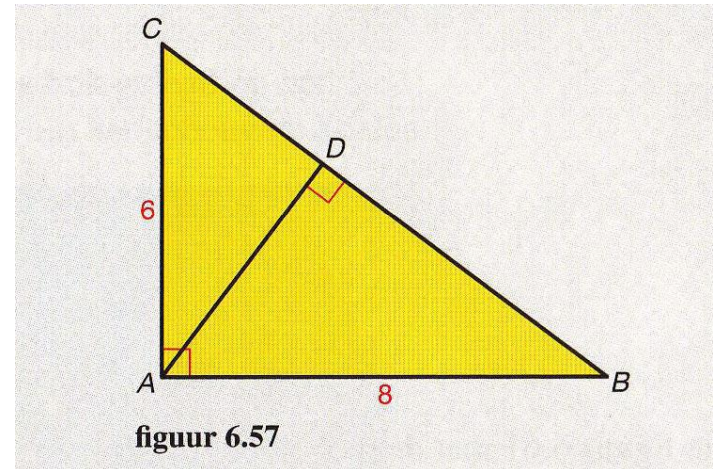
- 1) De stelling van Pythagoras;
- 2) Gelijkvormige driehoeken (snavel en zandloper);
- 3) Sinus, cosinus en tangens.

6.5 Lijnstukken berekenen [2]

Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC met $AC = 6$, $AB = 8$ en de rechte hoek A.

De oppervlakte van deze driehoek kan op twee manieren berekend worden:



$$\text{Opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD \quad (2)$$

Uit (1) en (2) volgt:

$$\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD$$

$$AB \cdot AC = BC \cdot AD$$

Met deze **zijde x hoogte - methode** is het mogelijk om de lengte van lijnstuk AD te berekenen.

6.5 Lijnstukken berekenen [2]

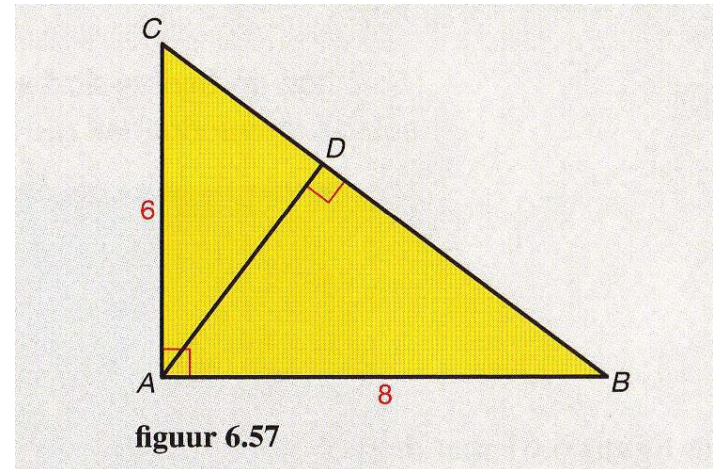
Voorbeeld:

Gegeven is de driehoek ABC met $AC = 6$, $AB = 8$ en de rechte hoek A.

Bereken de lengte van AD.

$$AB \cdot AC = BC \cdot AD$$

$$8 \cdot 6 = BC \cdot AD$$



Met behulp van de stelling van Pythagoras kun je BC berekenen:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \quad \Rightarrow BC = 10.$$

$$8 \cdot 6 = 10 \cdot AD$$

$$10 \cdot AD = 48$$

$$AD = 4,8$$