

8.1 Exponentiële groei [1]

t (uur)	0	1	2	3	4
N	100	150	225	337,5	506,25

- De groeifactor per uur is 1,5 want:
op $t = 1$ geldt: $N = 100 \cdot 1,5 = 150$
- De groeifactor per twee uur is $1,5 \cdot 1,5 = 1,5^2$ want:
op $t = 2$ geldt: $N = 100 \cdot 1,5^2 = 225$
- De groeifactor per drie uur is $1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 1,5^3$ want:
op $t = 3$ geldt: $N = 100 \cdot 1,5^3 = 337,5$
- De groeifactor per t uur is nu dus $1,5^t$ want
op tijdstip t geldt: $N = 100 \cdot 1,5^t$

b = beginhoeveelheid (100)

g = groeifactor per tijdseenheid (1,5)

8.1 Exponentiële groei [1]

t (uur)	0	1	2	3	4
N	100	150	225	337,5	506,25

$$N = 100 \cdot 1,5^t$$

Bij exponentiële groei wordt de hoeveelheid per tijdseenheid met Hetzelfde getal vermenigvuldigd. Dat getal heet de groeifactor (g) per tijdseenheid.

8.1 Exponentiële groei [1]

Voorbeeld :

In een laboratorium wordt een experiment gedaan met bacteriën.
Op de eerste dag van het experiment ($t = 0$) is het aantal bacteriën 10.000.
Dit aantal wordt dagelijks met 1,04 vermenigvuldigd.

1) Stel de formule op van het aantal bacteriën N op tijdstip t .

$$N = 10.000 \cdot 1,04^t$$

2) Bereken het aantal bacteriën op de tiende dag.

$$t = 9 \text{ geeft } N = 10.000 \cdot 1,04^9 \approx 14.233 \text{ bacteriën.}$$

3) Bereken op welke dag er voor het eerst meer dan 20.000 bacteriën zijn.

$$t = 17 \text{ geeft } N = 10.000 \cdot 1,04^{17} \approx 19.479 \text{ bacteriën.}$$

$$t = 18 \text{ geeft } N = 10.000 \cdot 1,04^{18} \approx 20.258 \text{ bacteriën.}$$

8.1 Exponentiële groei [2]

Voorbeeld:

t (uren)	0	1	2	3	4	5
N	560	574	588	603	618	634

Als je de opeenvolgende uitkomsten (N) door elkaar deelt, krijg je:

$$\frac{574}{560} = 1,025 \quad \frac{588}{574} \approx 1,024$$

$$\frac{603}{588} \approx 1,026 \quad \frac{618}{603} \approx 1,025$$

$$\frac{634}{618} \approx 1,026$$

Elke uitkomst is ongeveer 1,025 keer zoveel als de voorgaande uitkomst.

Er is sprake van een exponentieel verband met groeifactor 1,025

$$N = 560 \cdot 1,025^t$$

8.1 Exponentiële groei [3]

t	0	1	2	3	4
N	100	80	64	51,2	40,96

- Als je de opeenvolgende uitkomsten (N) door elkaar deelt, krijg je:

$$\frac{80}{100} = 0,8 \quad \frac{64}{80} = 0,8$$

$$\frac{51,2}{64} = 0,8 \quad \frac{40,96}{51,2} = 0,8$$

Elke uitkomst is 0,8 keer zoveel als de voorgaande uitkomst.

Er is sprake van een exponentieel verband met groeifactor 0,8

$$N = 100 \cdot 0,8^t$$

Bij een groeifactor (g) groter dan 1 is er exponentiële toename.

Bij een groeifactor (g) tussen 0 en 1 is er exponentiële afname.

8.2 Procenten en groeifactoren [1]

t (dagen)	0	1	2	3	4
N	100	150	225	337,5	506,25

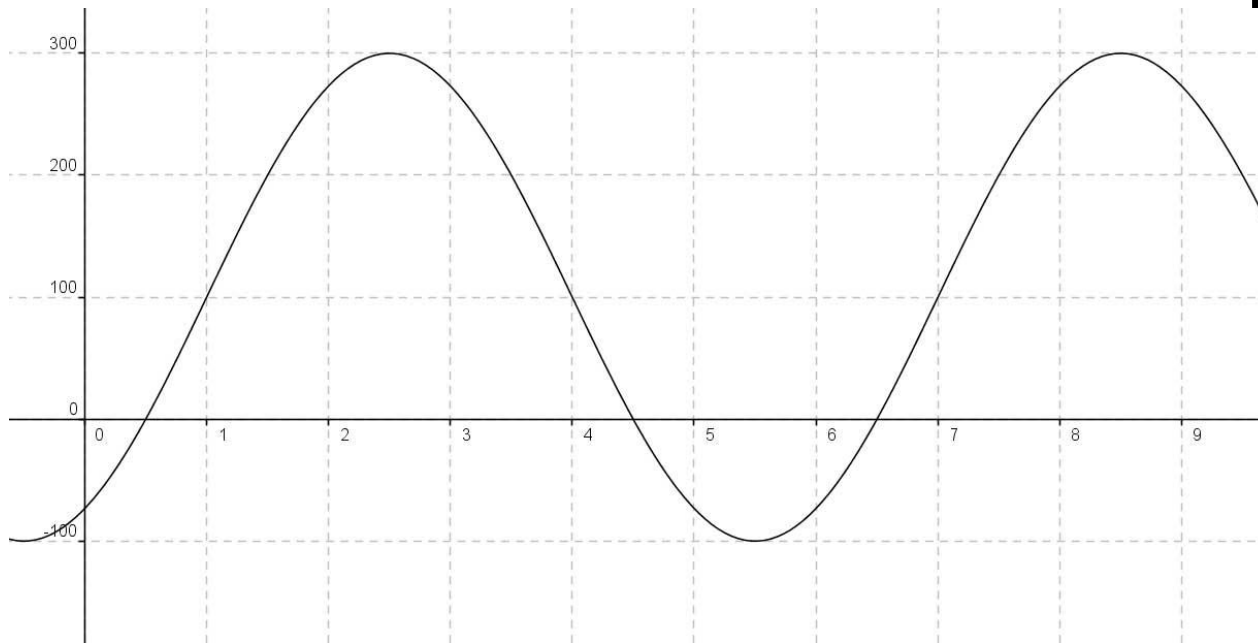
- In dit voorbeeld is het groeipercentage 50%.
- In dit voorbeeld is de groeifactor 1,5.
- Er is sprake van exponentiële toename.
- De bijbehorende formule is: $N = 100 \cdot 1,5^t$.
- Op $t = 10$ is de hoeveelheid: $N = 100 \cdot 1,5^{10} \approx 5.766,50$.
- De 12^{de} dag loopt van $t = 11$ tot $t = 12$
 - Op $t = 11$ is de hoeveelheid: $N = 100 \cdot 1,5^{11} \approx 8.649,76$.
 - Op $t = 12$ is de hoeveelheid: $N = 100 \cdot 1,5^{12} \approx 12.974,63$.
 - Op de 12^{de} dag is de hoeveelheid toegenomen met $12.974,63 - 8.649,76 = 4.324,87$.

8.2 Procenten en groeifactoren [2]

t	0	1	2	3	4
N	100	80	64	51,2	40,96

- In dit voorbeeld is het groeipercentage -20%.
- In dit voorbeeld is de groeifactor 0,8.
- Er is sprake van exponentiële afname.
- De bijbehorende formule is: $N = 100 \cdot 0,8^t$.
- Op $t = 10$ is de hoeveelheid: $N = 100 \cdot 0,8^{10} \approx 10,74$.
- De 12^{de} dag loopt van $t = 11$ tot $t = 12$
 - Op $t = 11$ is de hoeveelheid: $N = 100 \cdot 0,8^{11} \approx 8,59$.
 - Op $t = 12$ is de hoeveelheid: $N = 100 \cdot 0,8^{12} \approx 6,87$.
 - Op de 12^{de} dag is de hoeveelheid toegenomen met $8,59 - 6,87 \approx 1,72$.

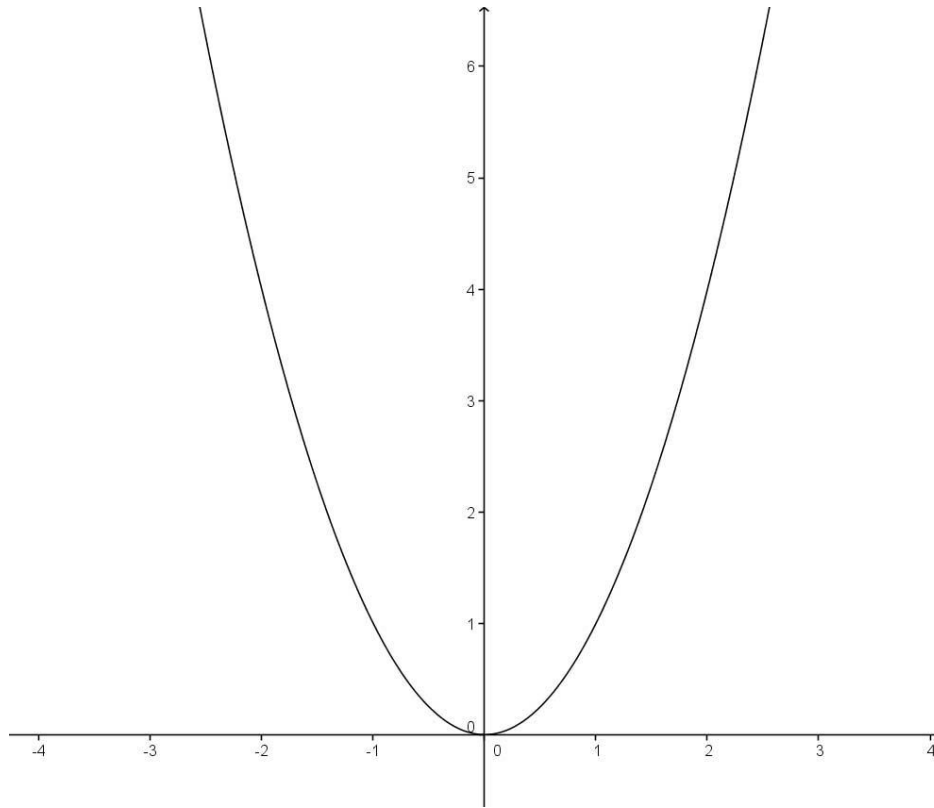
8.3 Periodieke verbanden [1]



De hierboven getekende functie herhaalt zich om de 6 seconden. Dit noemen we dan ook een **periodieke functie**.

- **Evenwichtsstand** = $(\text{minimum} + \text{maximum})/2 = (-100 + 300)/2 = 100$
- **Amplitude** = $\text{maximum} - \text{evenwichtsstand} = 300 - 100 = 200$
- **Periode** = 6

8.4 Machtsfuncties [1]



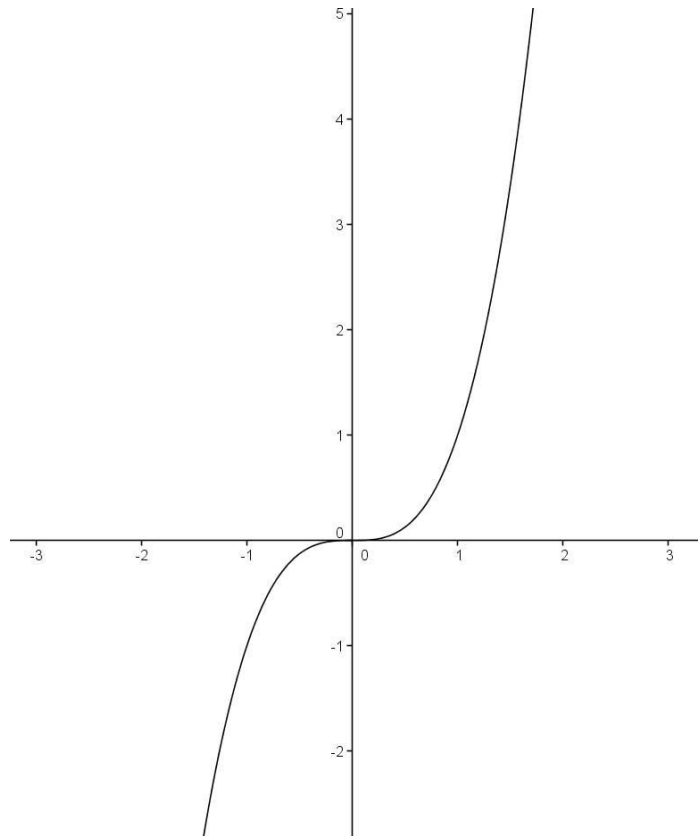
In de formule $y = x^2$ staat de tweede macht van de variabele x . Deze formule is een voorbeeld van een machtsformule.

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

8.4 Machtsfuncties [1]



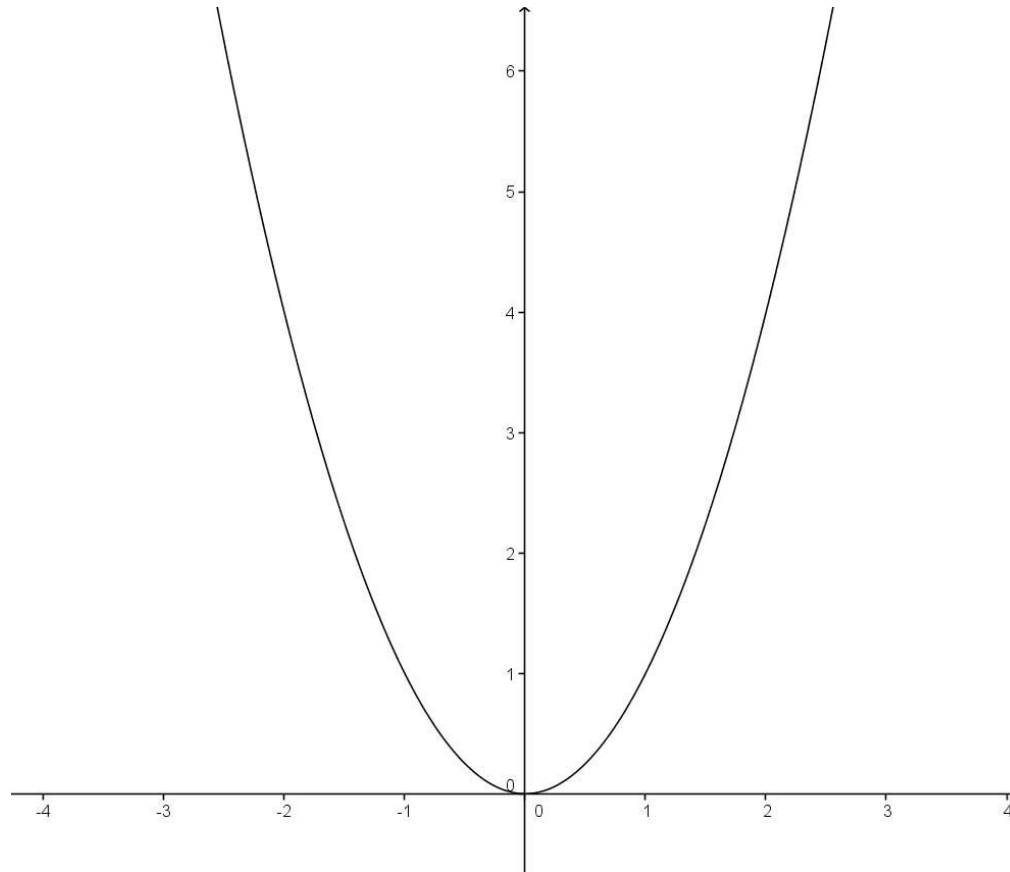
In de formule $y = x^3$ staat de derde macht van de variabele x . Deze formule is een voorbeeld van een machtsformule.

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(-2) = (-2)^3 = -8$$

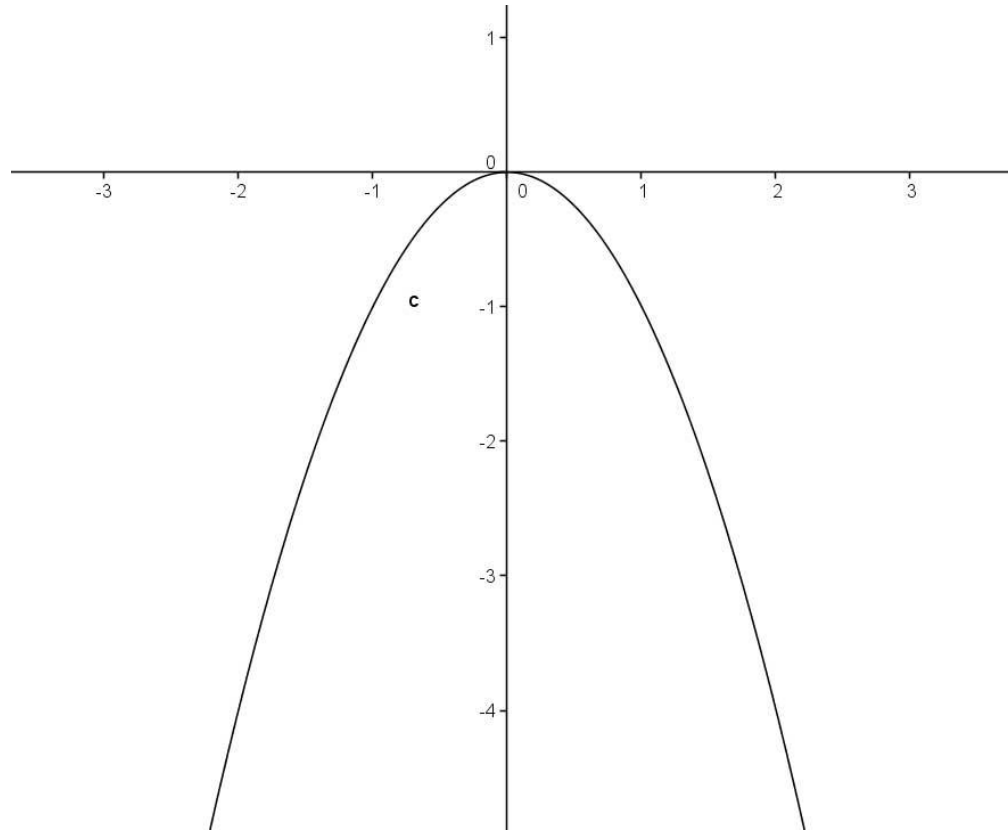
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-27	-8	-1	0	1	8	27

8.4 Machtsfuncties [1]



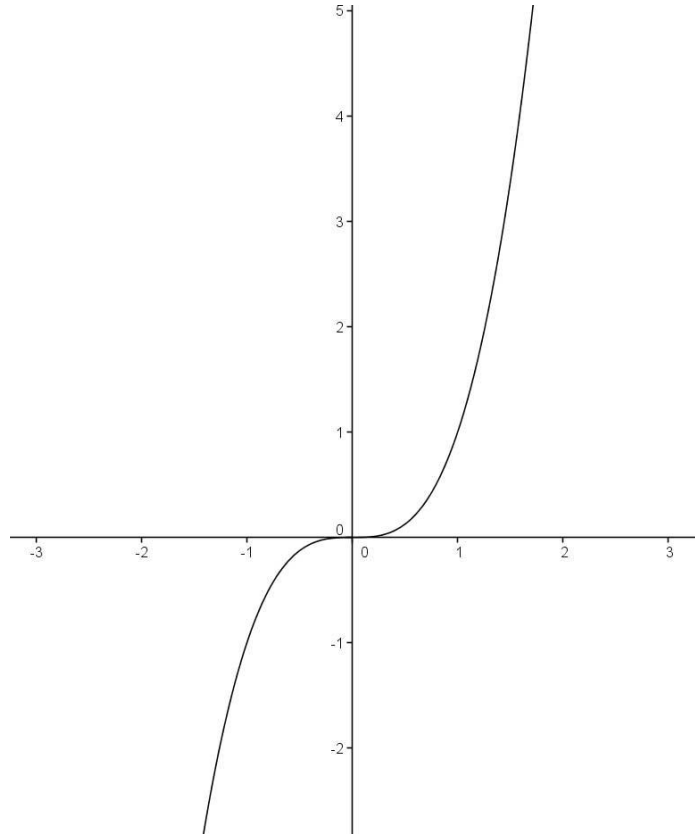
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a > 0$ en n even.
- Deze functie heeft een minimum als extreme waarde.
- Deze functie is symmetrisch in de lijn $x = 0$.

8.4 Machtsfuncties [1]



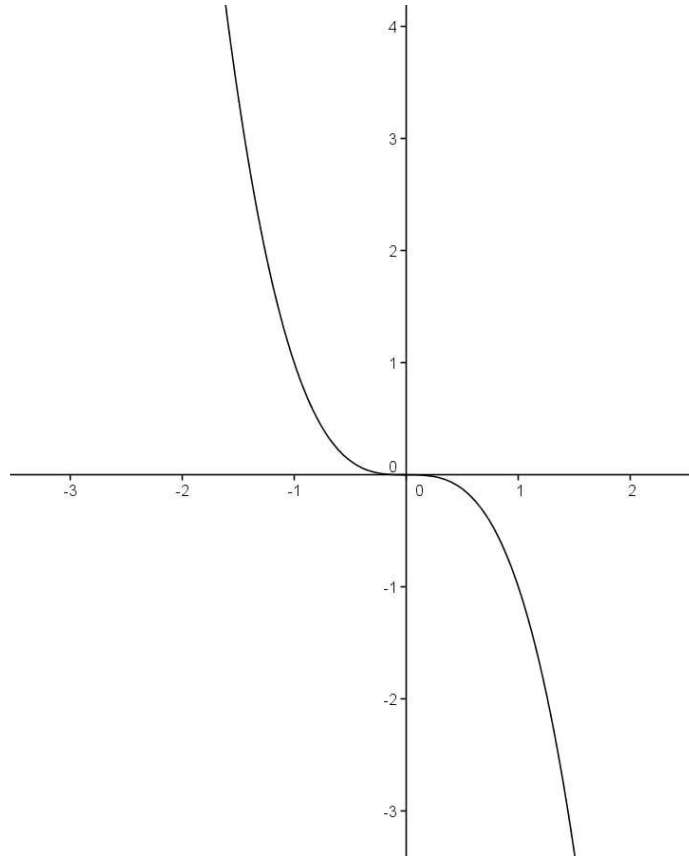
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a < 0$ en n even.
- Deze functie heeft een maximum als extreme waarde.
- Deze functie is symmetrisch in de lijn $x = 0$.

8.4 Machtsfuncties [1]



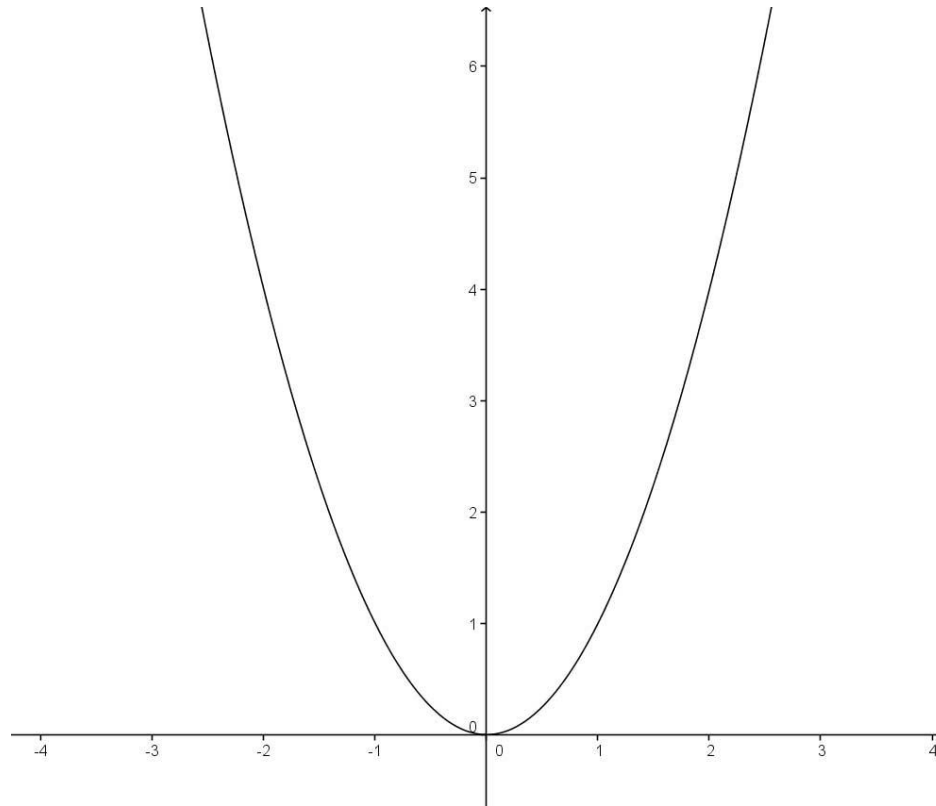
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a > 0$ en n oneven.
- Deze functie heeft geen extreme waarde maar een punt van symmetrie in $(0,0)$

8.4 Machtsfuncties [1]



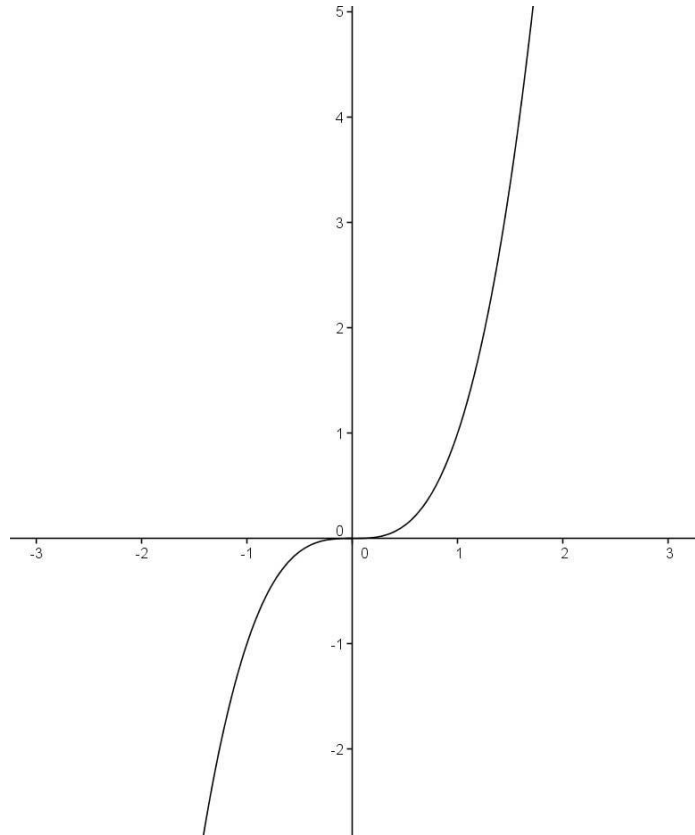
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a < 0$ en n oneven.
- Deze functie heeft geen extreme waarde maar een punt van symmetrie in $(0,0)$

8.4 Machtsfuncties [2]



- De functie $x^2 = p$ heeft twee oplossingen als $p > 0$;
- De functie $x^2 = p$ heeft één oplossing als $p = 0$;
- De functie $x^2 = p$ heeft geen oplossingen als $p < 0$;
- Het bovenstaande geldt bij **elke even** exponent.

8.4 Machtsfuncties [2]



- De functie $x^3 = p$ heeft altijd één oplossing;
- Het bovenstaande geldt bij **elke oneven** exponent.

8.4 Machtsfuncties [2]

Voorbeeld 1:

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} \vee x = -\sqrt{9}$$

$$x = 3 \vee x = -3$$

Voorbeeld 2:

$$x^4 = -81$$

Geen oplossingen.

Voorbeeld 3:

$$x^3 = 29$$

$$x = \sqrt[3]{29}$$

Voorbeeld 4:

$$x^3 = -29$$

$$x = \sqrt[3]{-29}$$

8.4 Machtsfuncties [2]

Voorbeeld:

Los de volgende vergelijking op en geef het antwoord in twee decimalen
Nauwkeurig:

$$8x^6 + 20 = 92$$

[Alle losse getallen naar rechts]

$$8x^6 = 72$$

[Zorg dat er geen getal meer voor de x staat]

$$x^6 = 12$$

$$x = \sqrt[6]{12} \vee x = -\sqrt[6]{12}$$

$$x \approx 1,51 \vee x \approx -1,51$$

8.4 Machtsfuncties [3]

Voorbeeld :

Los op: $25x^{10} = 70x^7$. Rond zo nodig af op één decimaal.

$$25x^{10} = 70x^7$$

[Maak het rechterlid nul]

$$25x^{10} - 70x^7 = 0$$

[Ontbind het linkerlid in factoren]

$$x^7(25x^3 - 70) = 0$$

[Gebruik $A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$]

$$x^7 = 0 \quad \vee \quad 25x^3 - 70 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 25x^3 = 70$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x^3 = 2,8$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = \sqrt[3]{2,8} \approx 1,41$$

8.5 Grafieken veranderen [1]

Herhaling:

Verticale verschuiving van q omhoog:

$$y = ax^n \rightarrow y = ax^n + q$$

Verticale verschuiving van q omlaag:

$$y = ax^n \rightarrow y = ax^n - q$$

Horizontale verschuiving van p naar rechts:

$$y = ax^n \rightarrow y = a(x - p)^n$$

Horizontale verschuiving van p naar links:

$$y = ax^n \rightarrow y = a(x + p)^n$$

8.5 Grafieken veranderen [1]

Voorbeeld:

De grafiek van $f(x) = 0,6x^6 + 9$ wordt 6 naar links verschoven.
Stel de haakjesnotatie van de grafiek van g op die nu ontstaat.

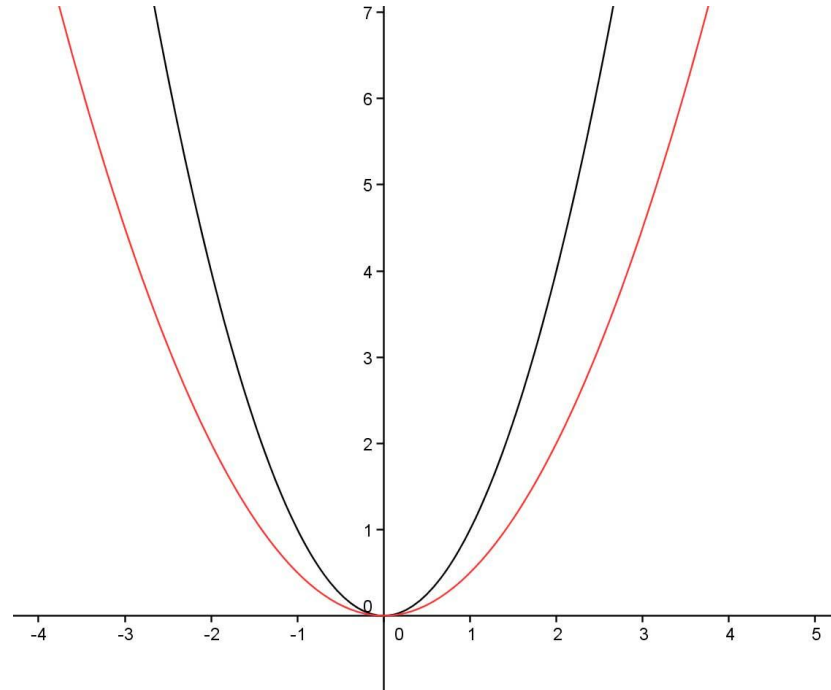
$$f(x) = 0,6x^6 + 9 \text{ wordt } g(x) = 0,6(x + 8)^6 + 9$$

De grafiek van $f(x) = 0,6x^6 + 9$ wordt eerst 3 naar rechts verschoven en dan 6 omlaag verschoven.

Stel de haakjesnotatie van de grafiek van g op die nu ontstaat.

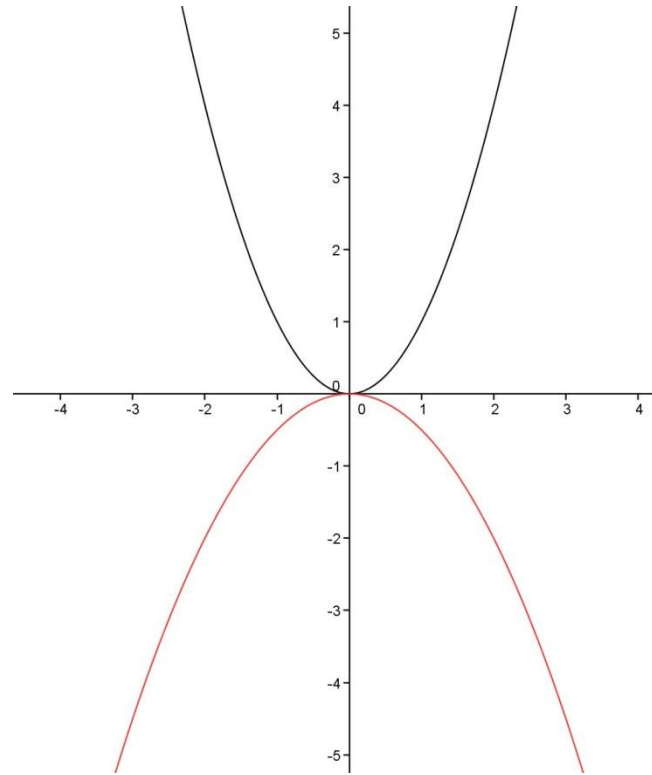
$$f(x) = 0,6x^6 + 9 \text{ wordt } y = 0,6(x - 3)^6 + 9 \text{ wordt } g(x) = 0,6(x - 3)^6 + 9 - 6 \\ = 0,6(x - 3)^6 + 3$$

8.5 Grafieken veranderen [2]



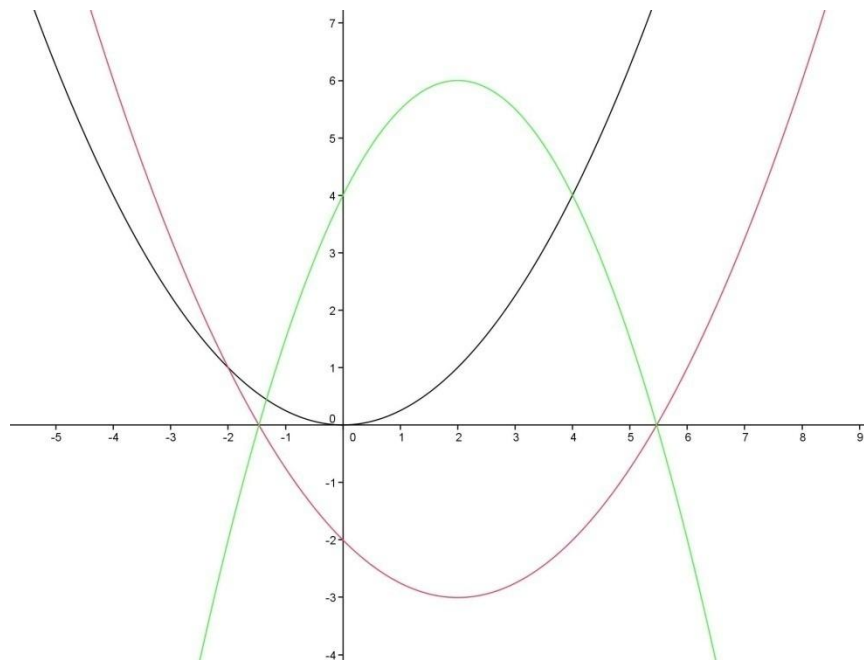
- De zwarte grafiek is $f(x) = x^2$;
- De rode grafiek is $g(x) = 0,5x^2$. Dit is de grafiek van $f(x)$ vermenigvuldigd t.o.v. de x-as met factor 0,5;
- Het punt (1,1) op de zwarte grafiek wordt (1; 0.5) op de rode grafiek;
- Het punt (2,4) op de zwarte grafiek wordt (2,2) op de rode grafiek.

8.5 Grafieken veranderen [2]



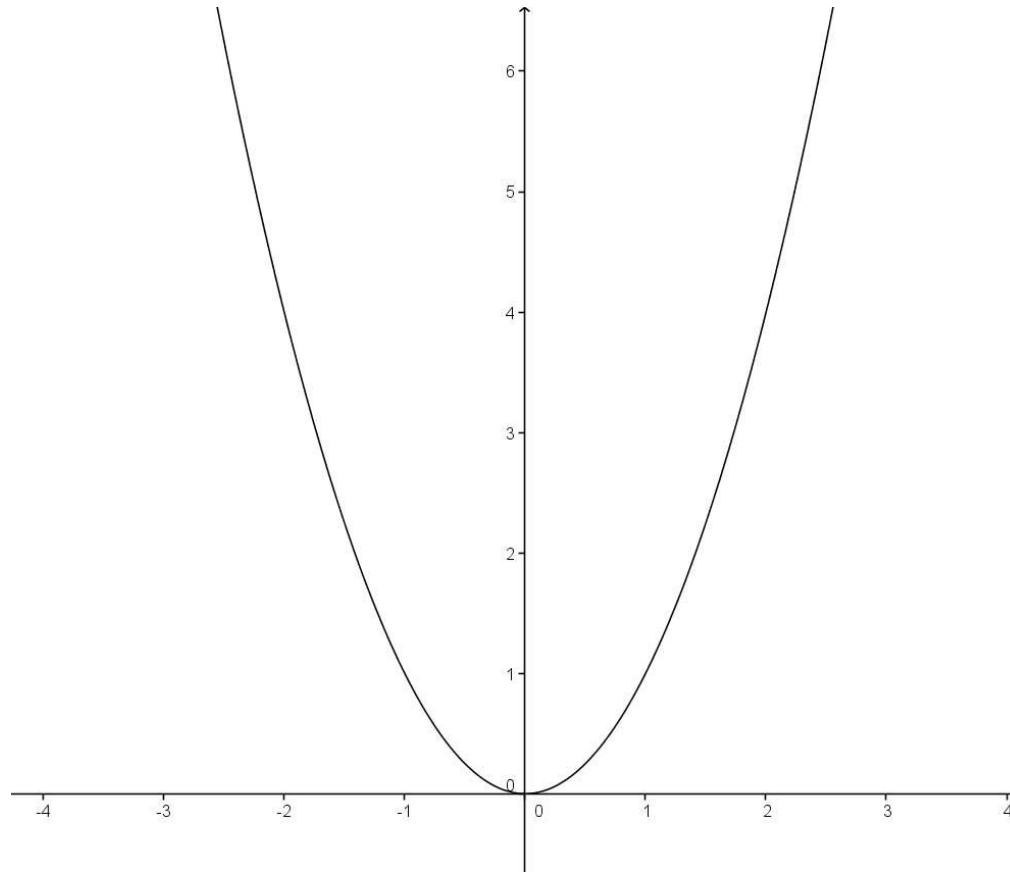
- De zwarte grafiek is $f(x) = x^2$;
- De rode grafiek is $g(x) = -0,5x^2$. Dit is de grafiek van $f(x)$ vermenigvuldigd t.o.v. de x-as met factor $-0,5$;
- Het punt $(1,1)$ op de zwarte grafiek wordt $(1; -0.5)$ op de rode grafiek;
- Het punt $(2,4)$ op de zwarte grafiek wordt $(2, -2)$ op de rode grafiek.

8.5 Grafieken veranderen [2]



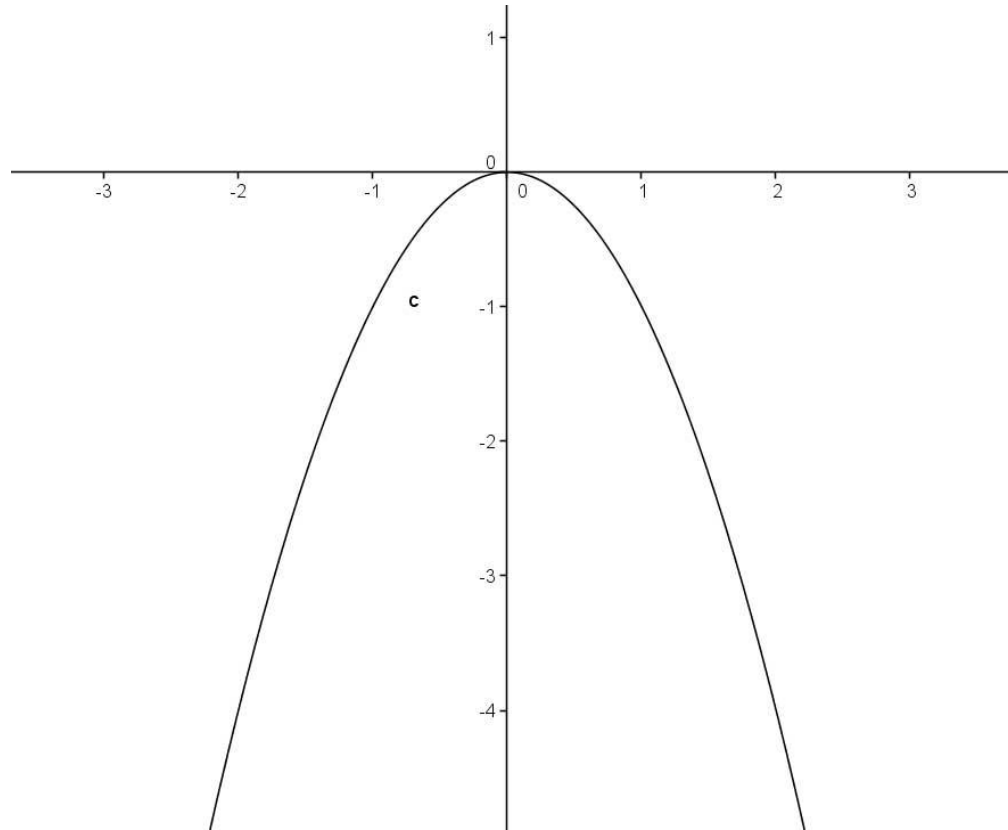
- De zwarte grafiek is $f(x) = 0,25x^2$ met top $(0,0)$;
- De rode grafiek is $g(x) = 0,25(x-2)^2 - 3$ met top $(2, -3)$. Dit is de grafiek van $f(x)$ die 2 naar rechts en 3 naar beneden is verschoven;
- De groene grafiek is $h(x) = -2(0,25(x-2)^2 - 3) = -0,5(x-2)^2 + 6$ met top $(2, -6)$. Dit is de grafiek van $g(x)$ die vermenigvuldigd is met -2 t.o.v. de x -as.

8.5 Grafieken veranderen [3]



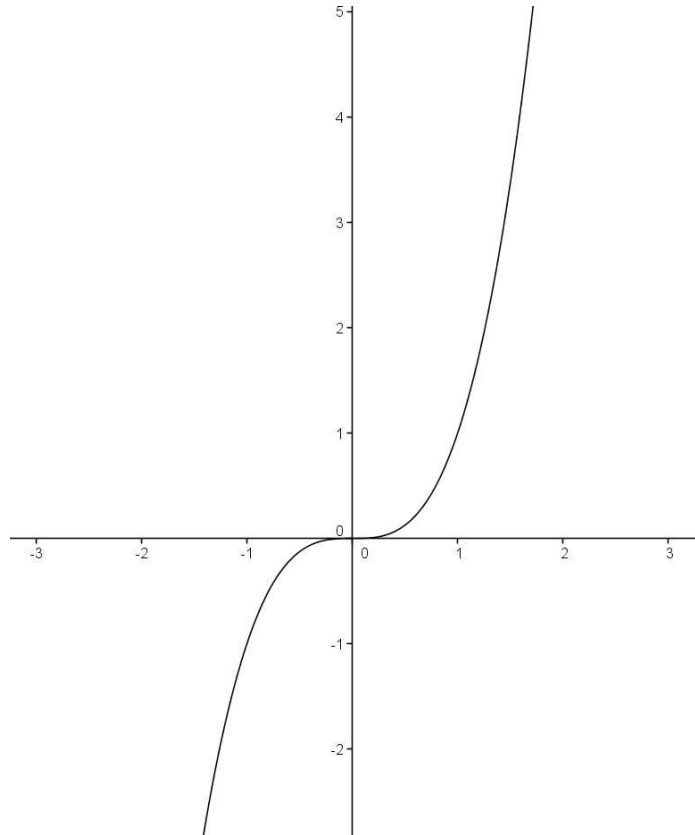
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a > 0$ en n even.
- Deze functie heeft een minimum als extreme waarde.
- Deze functie is symmetrisch in de lijn $x = 0$.

8.5 Grafieken veranderen [3]



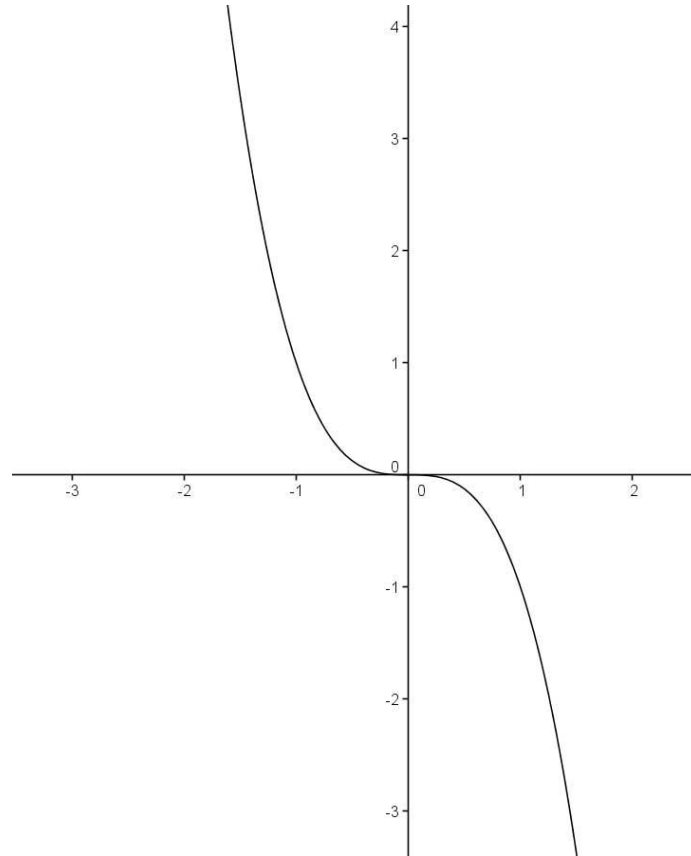
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a < 0$ en n even.
- Deze functie heeft een maximum als extreme waarde.
- Deze functie is symmetrisch in de lijn $x = 0$.

8.5 Grafieken veranderen [3]



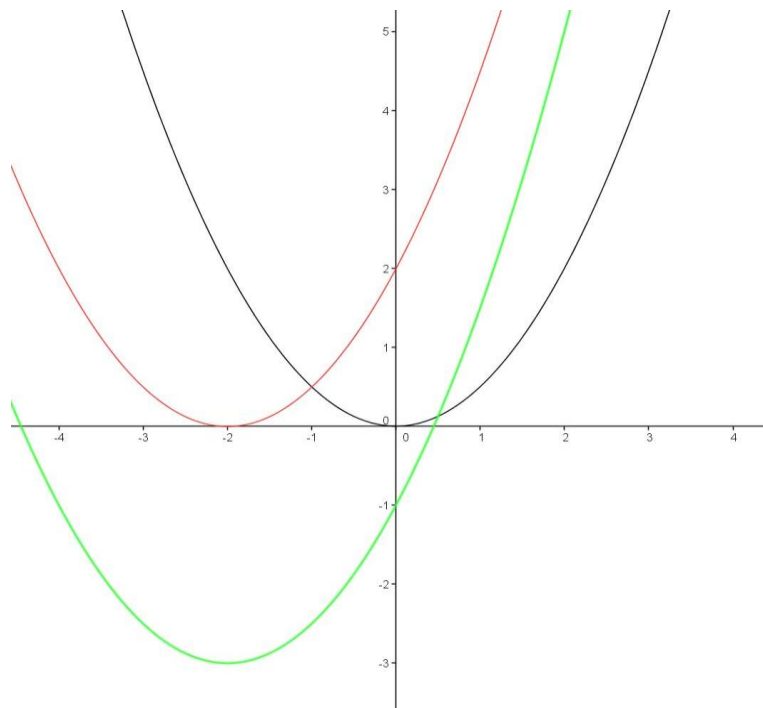
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a > 0$ en n oneven.
- Deze functie heeft geen extreme waarde maar een punt van symmetrie in $(0,0)$

8.5 Grafieken veranderen [3]



- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a < 0$ en n oneven.
- Deze functie heeft geen extreme waarde maar een punt van symmetrie in $(0,0)$

8.5 Grafieken veranderen [3]



- De zwarte grafiek is $f(x) = 0,5x^2$ met minimum $(0,0)$
- De rode grafiek is $g(x) = 0,5(x+2)^2$ dus een verschuiving van 2 naar links. Het minimum schuift nu ook 2 naar links en wordt $(-2,0)$.
- De groene grafiek is $h(x) = 0,5(x+2)^2 - 3$ dus een verschuiving van 3 naar beneden. Het minimum schuift nu ook 3 naar beneden en wordt $(-2, -3)$.

8.6 Omgekeerd evenredige verbanden [1]

Voorbeeld:

Aan een schip is zoveel drinkwater aanwezig dat 12 mensen hier 10 dagen kunnen doen. Wanneer er nu 24 mensen aan boord zijn, kunnen deze maar 5 dagen met dit drinkwater doen.

Hierbij hoort de volgende verhoudingstabel:

Personen (x)	12	24	6	120
Dagen (y)	10	5	20	1
Product	120	120	120	120

De hoeveelheid personen en het aantal dagen dat ze kunnen drinken is nu **omgekeerd evenredig**. Als de ene grootte 2 keer zo groot wordt, wordt de andere grootte 2 keer zo klein.

8.6 Omgekeerd evenredige verbanden [1]

Voorbeeld:

Aan een schip is zoveel drinkwater aanwezig dat 12 mensen hier 10 dagen kunnen doen.

Personen (x)	12	24	6	120
Dagen (y)	10	5	20	1
Product	120	120	120	120

Er geldt nu de formule: $xy = 120$.

Dit kun je schrijven als: $y = \frac{120}{x}$

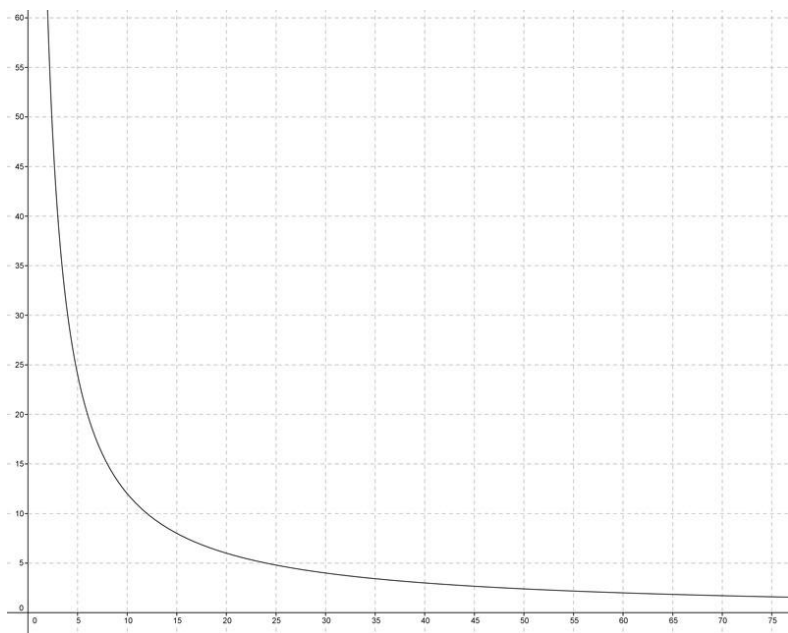
Vermenigvuldig je x met een getal k , dan moet je y door k delen.
Het product xy is constant.

8.6 Omgekeerd evenredige verbanden [1]

Voorbeeld:

Aan een schip is zoveel drinkwater aanwezig dat 12 mensen hier 10 dagen kunnen doen.

Personen (x)	12	24	6	120
Dagen (y)	10	5	20	1



Deze grafiek heet een **hyperbool**.