

3.0 Voorkennis

Voorbeeld 1:

Los op: $6x + 28 = 30 - 10x$.

$$6x + 28 = 30 - 10x$$

$$\quad +10x \quad +10x$$

$$16x + 28 = 30$$

$$\quad -28 \quad -28$$

$$16x = 2$$

$$\quad :16 \quad :16$$

$$x = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

Stappenplan:

- 1) Zorg dat alles met x links van het = teken komt te staan;
- 2) Zorg dat het losse getal rechts van het = teken komt te staan;
- 3) Zorg dat er links van het = teken alleen nog maar x staat;
- 4) Haal zo mogelijk de helen uit de breuk en vermenigvuldig de breuk zo ver mogelijk;
- 5) Laat in het eindantwoord breuken staan.

3.0 Voorkennis

Voorbeeld 2:

Los op: $5(x + 1) = 2x + 14$.

$$5(x + 1) = 2x + 14$$

$$5x + 5 = 2x + 14$$

$$\text{ } \quad \textcolor{red}{-2x} \quad \textcolor{red}{-2x}$$

$$3x + 5 = 14$$

$$\text{ } \quad \textcolor{red}{-5} \quad \textcolor{red}{-5}$$

$$3x = 9$$

$$\text{ } \quad \textcolor{red}{:3} \quad \textcolor{red}{:3}$$

$$x = 3$$

Stappenplan:

- 1) Werk de haakjes weg;
- 2) Zorg dat alles met x links van het = teken komt te staan;
- 3) Zorg dat het losse getal rechts van het = teken komt te staan;
- 4) Zorg dat er links van het = teken alleen nog maar x staat.

3.0 Voorkennis

Herhaling:

Manieren om te ontbinden in factoren:

- 1) Haal de gemeenschappelijke factor buiten haakjes;
- 2) De product-som-methode;

Of gebruik een combinatie van deze manieren:

Voorbeeld:

Ontbind $x^3 + 2x^2 - 8x$ in factoren

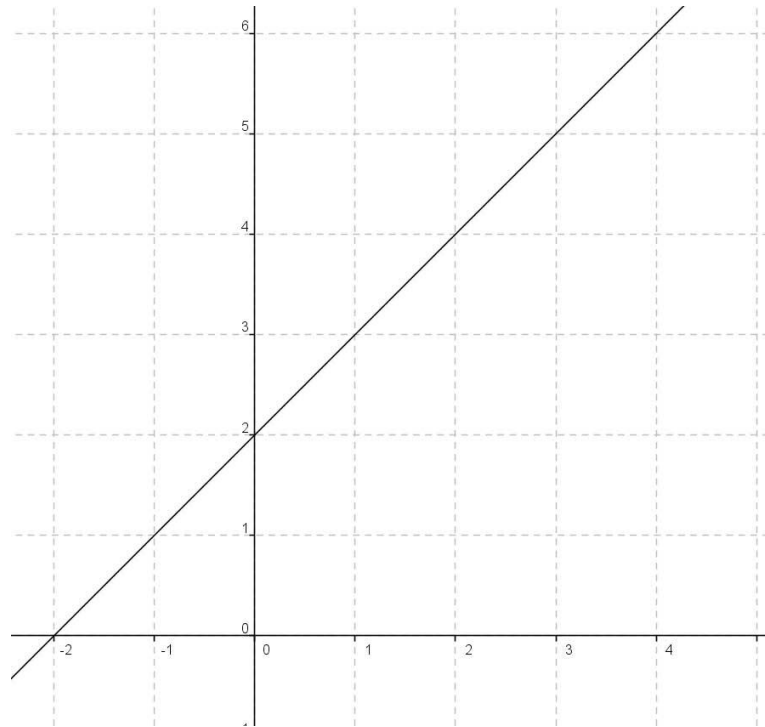
$$x^3 + 2x^2 - 8x =$$

$$x(x^2 + 2x - 8) =$$

$$x(x - 2)(x + 4)$$

Tabel van -8		
Product van -8		Som
-1	8	7
1	-8	-7
-2	4	2
2	-4	-2

3.1 Lineaire formules [1]



- De lijn heeft een helling (**richtingscoëfficiënt**) van 1;
- De lijn gaat in het punt (0,2) door de y-as;
- In het plaatje is de **lineaire formule** $y = x + 2$ getekend.
- Omdat de grafiek een rechte lijn is, is de functie y **lineair**.
- Er is een **lineair verband** tussen x en y .

3.1 Lineaire formules [1]

Algemeen:

De lineaire functie $f(x) = ax + b$ heeft als grafiek de rechte lijn $y = ax + b$. Van deze lijn is a de **richtingscoëfficiënt** en $(0, b)$ het snijpunt met de y -as. Een richtingscoëfficiënt a betekent: 1 naar rechts en a omhoog.

Lijnen met dezelfde richtingscoëfficiënt zijn evenwijdig.

De lijn $y = b$ is de horizontale lijn door het punt $(0, b)$.
Van een horizontale lijn is de richtingscoëfficiënt 0.

De lijn $x = a$ is de verticale lijn door het punt $(a, 0)$
Een verticale lijn heeft geen richtingscoëfficiënt.

3.1 Lineaire formules [1]

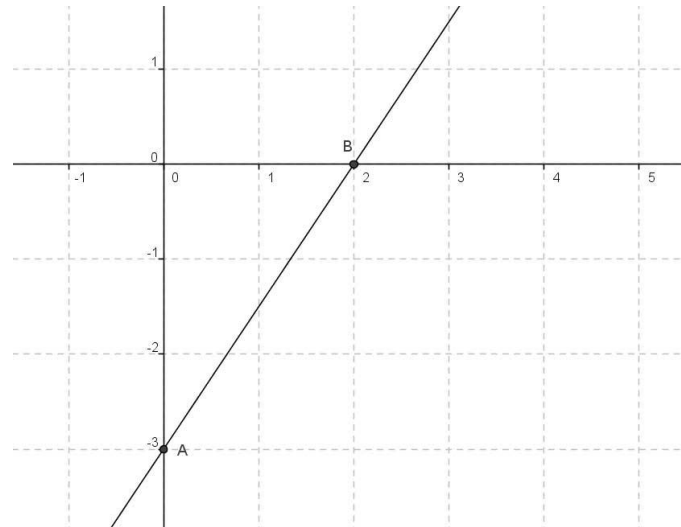
Voorbeeld:

Teken de grafiek van $y = 1\frac{1}{2}x - 3$

Stap 1: Maak een tabel met twee coördinaten van deze lijn:

x	0	2
y	-3	0

Stap 2: Teken de twee punten en de grafiek:



3.1 Lineaire formules [2]

Voorbeeld:

k is evenwijdig aan $l : y = 8x + 5$ en gaat door $(2, 4)$

Stap 1:

De richtingscoëfficiënt van de lijn k is gelijk aan 8

$$k: y = 8x + b$$

Stap 2:

Vul het punt $(2,4)$ in, in de functie van k .

$$y = 8x + b$$

$$4 = 8 \cdot 2 + b$$

$$4 = 16 + b$$

$$b = -12$$

Er geldt dus: $k: y = 8x - 12$

3.1 Lineaire formules [3]

Voorbeeld:

Gegeven zijn de lijnen $k : y = 1\frac{1}{2}x - 7$ en $l : y = -\frac{1}{2}x + 12$.

Bereken de coördinaten van het snijpunt S.

Stap 1:

Stel de formules aan elkaar gelijk:

$$1\frac{1}{2}x - 7 = -\frac{1}{2}x + 12$$

Stap 2:

Los de lineaire vergelijking op:

$$1\frac{1}{2}x - 7 = -\frac{1}{2}x + 12 \quad \text{[“x-en” naar links, losse getallen naar rechts]}$$

$$2x = 19$$

$$x = 9\frac{1}{2}$$

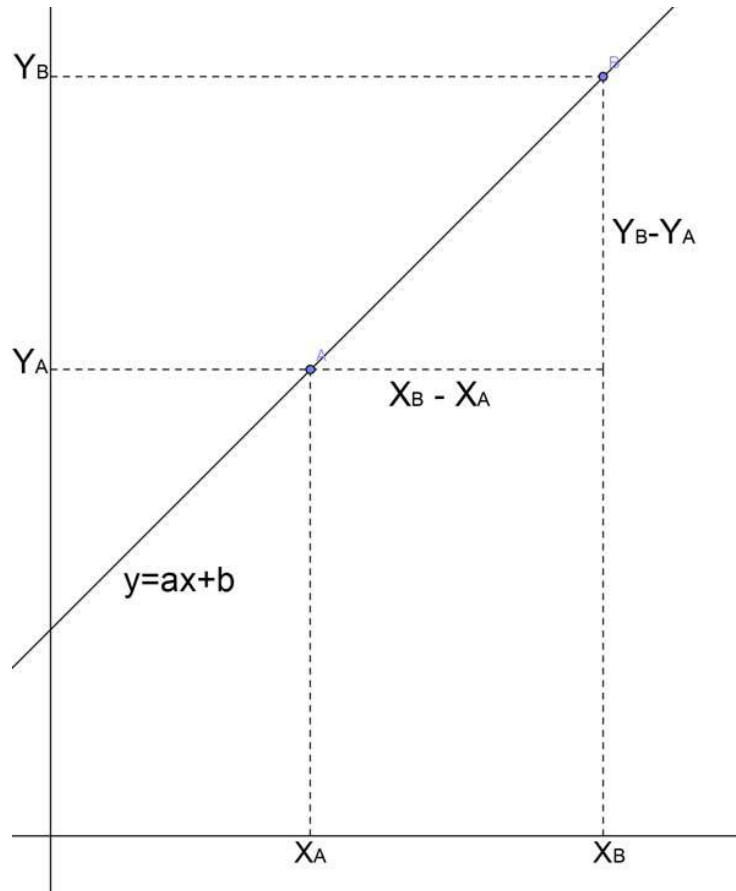
Stap 3:

Bereken de y-coördinaat van het snijpunt :

$$k(9\frac{1}{2}) = 1\frac{1}{2} \cdot 9\frac{1}{2} - 7 = 14\frac{1}{4} - 7 = 7\frac{1}{4}$$

[Invullen van $x = 9\frac{1}{2}$ in de andere formule geeft dezelfde uitkomst]

3.2 Lineaire formules opstellen [1]



- y is een lineaire functie van x , want de grafiek is een rechte lijn;
- $y = ax + b$
- de richtingscoëfficiënt $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
- de grafiek is een lijn met helling a ;
- een helling a betekent 1 naar rechts en a omhoog;
- de grafiek is een lijn door het punt $(0, b)$.

3.2 Lineaire formules opstellen [1]

Voorbeeld:

$l: y = ax + b$ gaat door de punten $A(5, 3)$ en $B(8, 12)$. Stel de functie van l op.

Stap 1:

Bepaal de richtingscoëfficiënt van $l: y = ax + b$:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{12 - 3}{8 - 5} = \frac{9}{3} = 3$$

Hieruit volgt: $l: y = 3x + b$

Stap 2:

Bepaal b door één van de twee gegeven punten in te vullen:

$$y = 3x + b$$

$$12 = 3 \cdot 8 + b$$

$$12 = 24 + b$$

$$b = -12$$

$$\text{Dus: } y = 3x - 12$$

3.2 Lineaire formules opstellen [2]

Herhaling:

Als y een lineaire functie van x is, dan geldt: $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Als R een lineaire functie van q is, dan geldt: $R = aq + b$ met $a = \frac{\Delta R}{\Delta q}$
(R = opbrengst, q = verkocht aantal artikelen)

Als s een lineaire functie van t is, dan geldt: $s = at + b$ met $a = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
(s = afstand, t = tijd)

3.2 Lineaire formules opstellen [2]

Voorbeeld:

- Een bedrijf maakt magnetrons;
- Bij een productie q van 550 magnetrons per dag zijn de kosten K 50 euro;
- Bij een productie q van 800 magnetrons per dag zijn de kosten K 40 euro.
- Schrijf de kosten K in euro's als lineaire functie van q .

Stap 1:

$$K = aq + b$$

Stap 2:

Bereken de richtingscoëfficiënt: $a = \frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{50 - 40}{550 - 800} = \frac{10}{-250} = -0,04$

En dus: $K = -0,04q + b$

3.2 Lineaire formules opstellen [2]

Voorbeeld:

- Een bedrijf maakt magnetrons;
- Bij een productie q van 550 magnetrons per dag zijn de kosten K 50 euro;
- Bij een productie q van 800 magnetrons per dag zijn de kosten K 40 euro.
- Schrijf de kosten K in euro's als lineaire functie van q .

Stap 3:

$$K = -0,04q + b$$

Vul $q = 550$ en $K = 50$ in de formule in.

$$50 = -0,04 \cdot 550 + b$$

$$50 = -22 + b$$

$$b = 72$$

Dus: $K = -0,04q + 72$

3.2 Lineaire formules opstellen [3]

$y = -4x + 8$ is de **vergelijking van een lijn**. Hier wordt y **uitgedrukt in x** .

$y = -4x + 8$ kan herschreven worden als $y + 4x = 8$

Dit is een **lineaire vergelijking met twee variabelen**.

Als je twee punten op deze lijn weet, kun je de grafiek van deze vergelijking tekenen.

Punt 1: Neem $x = 0 \Rightarrow y = 8$, dus het punt $(0, 8)$ ligt op de lijn;

Punt 2: Neem $y = 0 \Rightarrow x = 2$, dus het punt $(2, 0)$ ligt op de lijn.

Algemeen:

Een lineaire vergelijking met de variabelen x en y wordt geschreven als:

$$ax + by = c$$

De bijbehorende grafiek is een rechte lijn.

3.3 Wiskundige modellen [1]

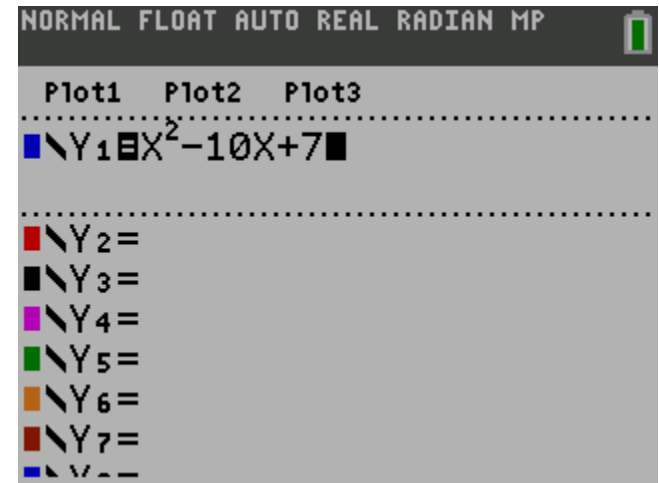
Voorbeeld 1:

Plot de grafiek van $x^2 - 10x + 7$ op je GR

Stap 1:

Vul de functie in, in de GR:

$$Y = | Y1 = X^2 - 10X + 7$$



Let op:

- De zwarte rechthoek achter Y1 geeft aan, dat functie geplot wordt. Heb je meerdere functies en wil je dat Y1 niet geplot wordt, ga dan met cursor op het = teken achter Y1 staan en druk op ENTER. Y1 wordt nu niet geplot;
- Als je op het ^ drukt, verspringt de zwarte knipperende rechthoek naar boven en wordt kleiner. Nadat je op de toets 2 hebt gedrukt, druk je op de knop het met > teken. De zwarte knipperende rechthoek verspringt nu weer naar beneden en wordt groter.

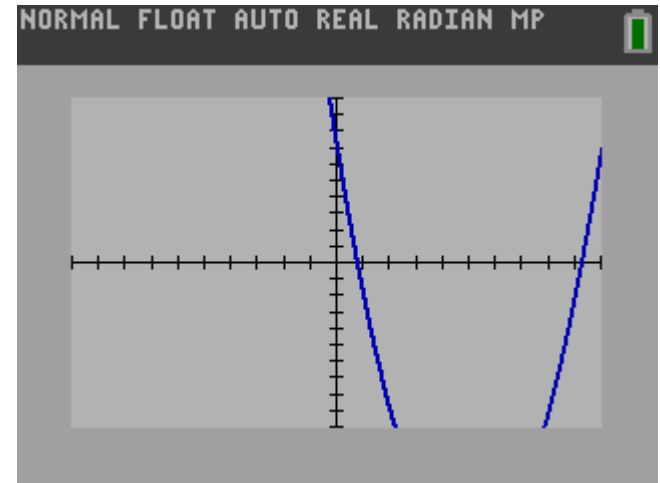
3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 1:

Plot de grafiek van $x^2 - 10x + 7$ op je GR

Stap 2:

Maak een schets van de grafiek met behulp van de GR: GRAPH



Let op:

- Je ziet nu dat de grafiek niet mooi op het scherm staat, het minimum van de grafiek is namelijk niet te zien.

3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 1:

Plot de grafiek van $x^2 - 10x + 7$ op je GR

Stap 3:

Stel het venster van de GR in:

WINDOW | Xmin = -2 | Ymin = -20 |

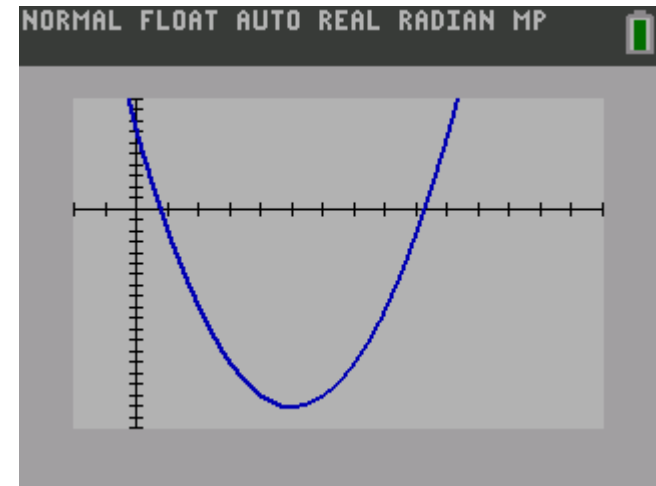
Xmax = 15 | Ymax = 10

De x-as op je rekenmachine loopt van Xmin tot Xmax;

De y-as op je rekenmachine loopt van Ymin tot Ymax.

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
FREE TRACE VALUES

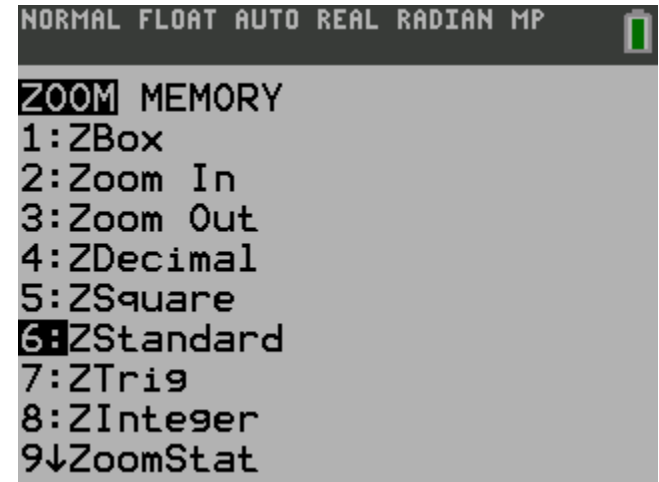
WINDOW
Xmin=-2
Xmax=15
Xscl=1
Ymin=-20
Ymax=10
Yscl=1
Xres=1
ΔX=.06439393939393
TraceStep=.12878787878788
```



3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 1:

Plot de grafiek van $x^2 - 10x + 7$ op je GR



Let op:

- Voor de $-$ voor het cijfer 2 gebruik je de toets met $(-)$;
- Voor een rekenkundige $-$ gebruik je de normale min-toets;
- Via ZOOM | 6: Zstandard zet je de assen weer terug naar hun standaardwaarden: $X_{\min} = -10$, $X_{\max} = 10$, $Y_{\min} = -10$, $Y_{\max} = 10$.

3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 2:

Bereken de waarde van $f(3)$ bij de functie van $x^2 - 10x + 7$ op je GR

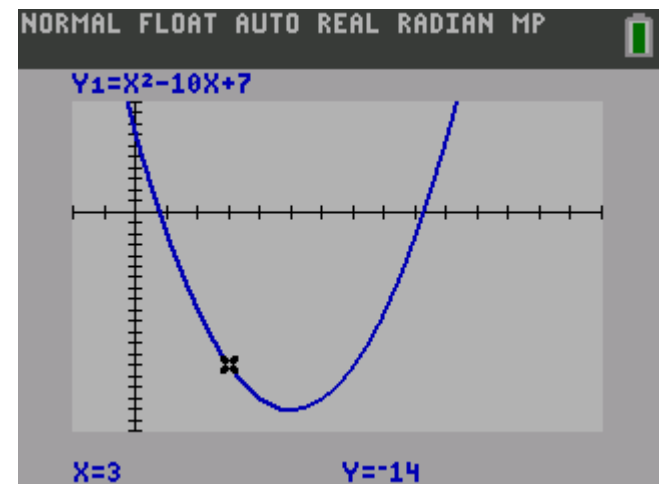
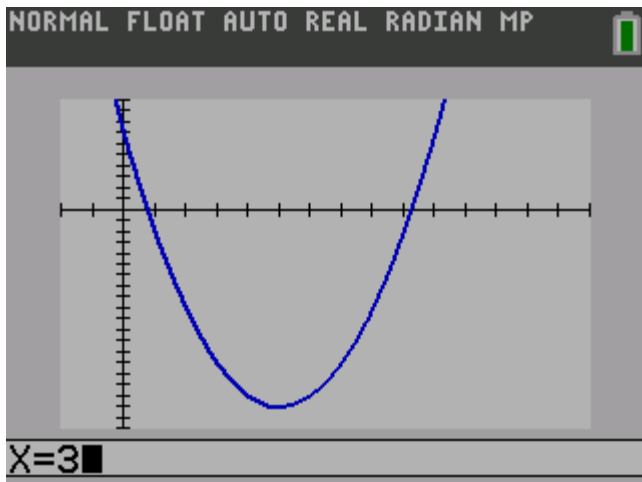
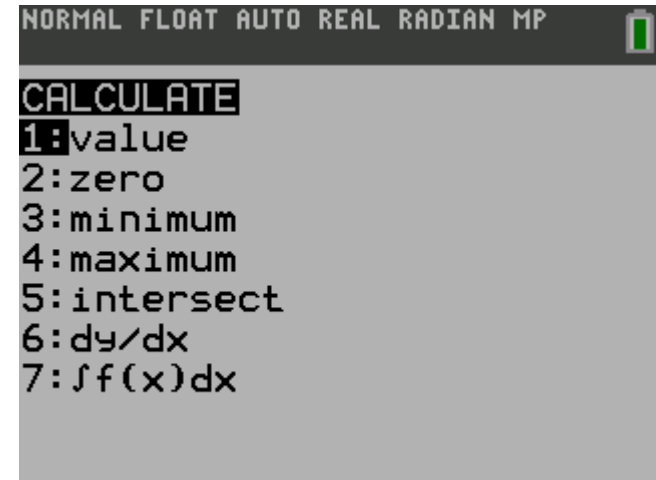
Stap 1:

2ND | TRACE | 1: VALUE | ENTER

Stap 2:

In het scherm verschijnt nu X =

Vul 3 in en druk op ENTER. Je krijgt nu de oplossing -14 te zien.



3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 3:

Maak een tabel van de functie van $x^2 - 10x + 7$ met startwaarde -4 en stapgrootte 0,5.

Stap 1:

2ND | WINDOW

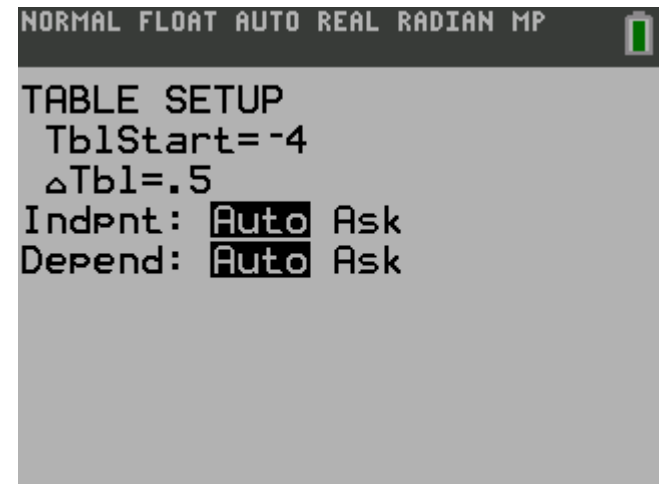
TblStart is de startwaarde van de tabel.
Vul hier -4 in.

ΔTbl is de stapgrootte. Vul hier 0.5 in.

Stap 2:

2ND | GRAPH geeft nu de tabel weer.

Met behulp van de cursor toetsen kun je nu door de tabel lopen.



NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
PRESS + FOR ΔTbl

X	Y1				
-4	63				
-3.5	54.25				
-3	46				
-2.5	38.25				
-2	31				
-1.5	24.25				
-1	18				
-.5	12.25				
0	7				
.5	2.25				
1	-2				

X= -4

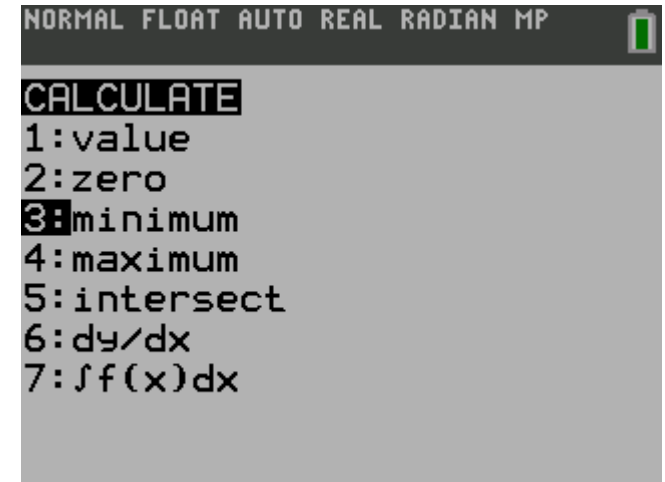
3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 4:

Bereken het minimum van de functie van $x^2 - 10x + 7$ met de GR.

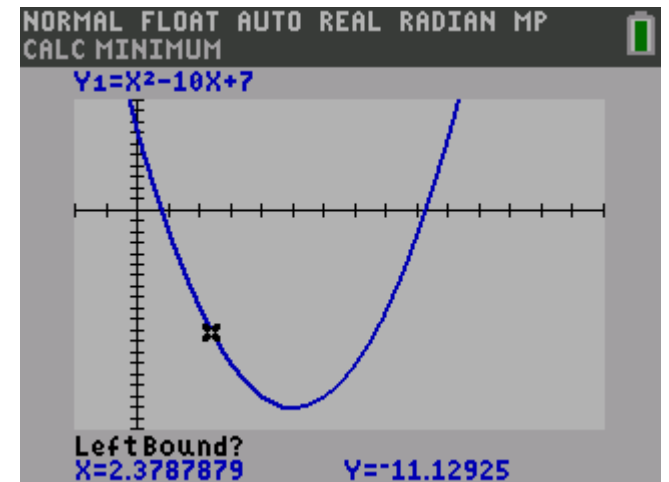
Stap 1:

2ND | TRACE | **3:MINIMUM** | ENTER



Stap 2:

Op het scherm verschijnt “Left Bound?”
Zet het knipperende kruisje links van het minimum
en druk op ENTER;



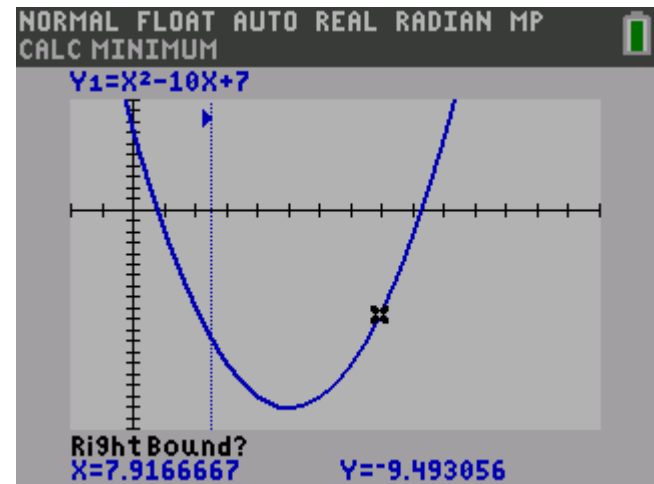
3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 4:

Bereken het minimum van de functie van $x^2 - 10x + 7$ met de GR.

Stap 3:

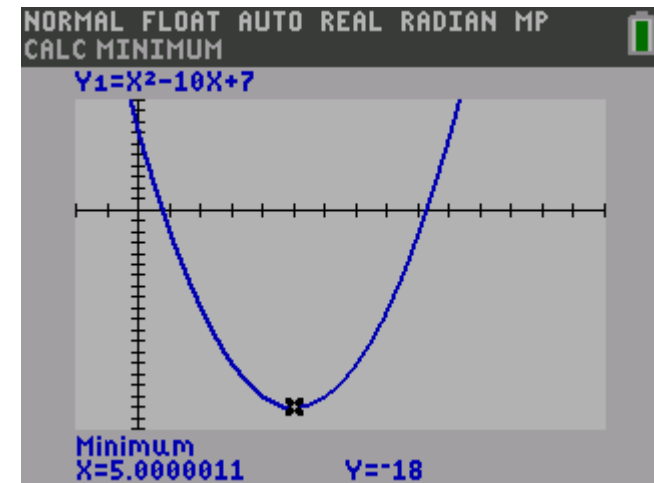
Op het scherm verschijnt “Right Bound?”
Waar je “Left Bound” hebt geselecteerd zie je nu een gestippelde verticale lijn.



Zet het knipperende kruisje rechts van het minimum en druk op ENTER;

Stap 4:

Op het scherm verschijnt “Guess?”
Drukken op ENTER geeft de uitkomst $X = 5$ en $Y = -18$.



Let op:

Het bepalen van een maximum gaat op dezelfde manier.
Alleen gebruik je dan: 2ND | TRACE | 4: MAXIMUM

3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 5:

Los de vergelijking: $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$ op.

Stap 1:

Vul de functie in, in de GR:

$$Y = | Y1 = X^4 - 5X^3 + 5X^2 + 5X - 6$$

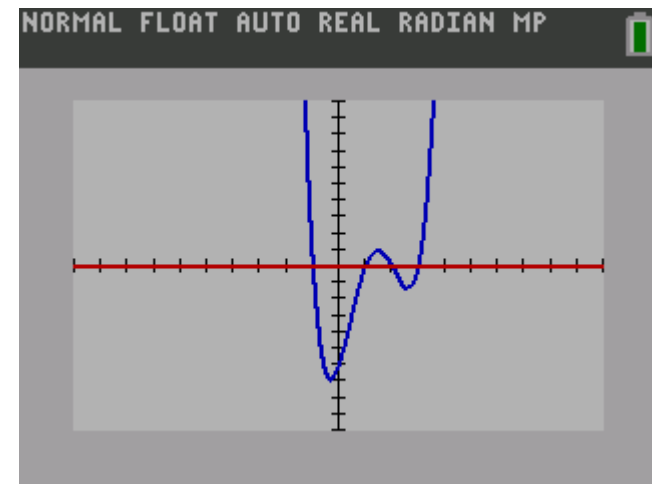
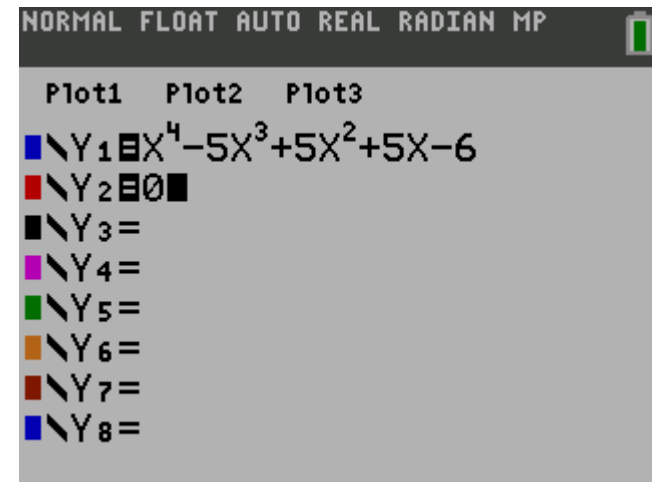
Stap 2:

Stel het venster van de GR in:

WINDOW | Xmin = -10 | Ymin = -10 |
Xmax = 10 | Ymax = 10

Stap 3:

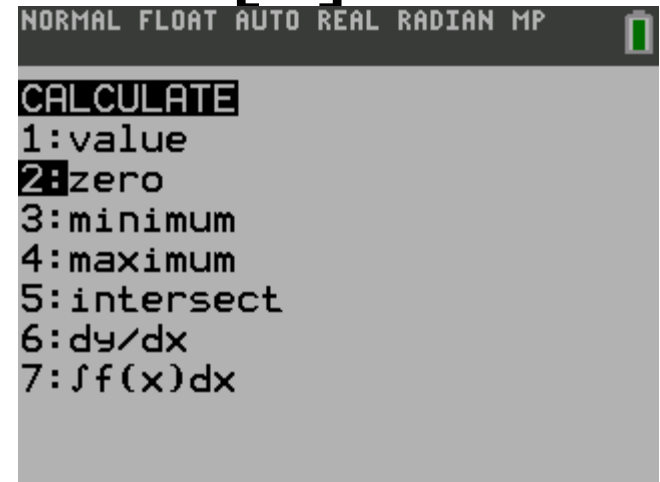
Maak een schets van de grafiek met behulp
van de GR: GRAPH



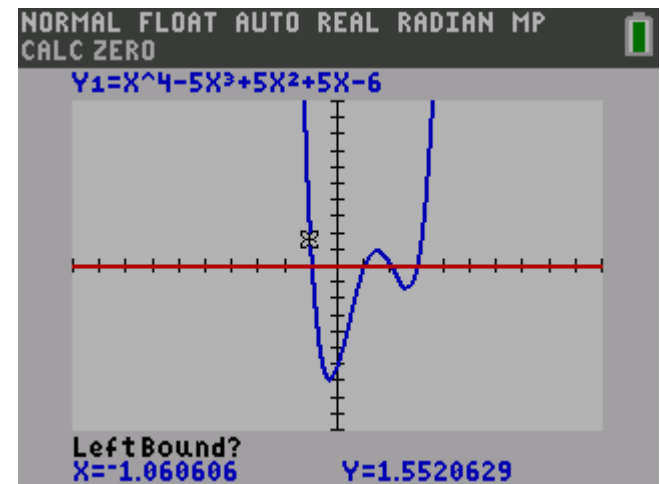
3.3 Wiskundige modellen [1]

Stap 4:

- Bepaal de nulpunten van de functie:
| 2ND TRACE | **2:ZERO** | ENTER



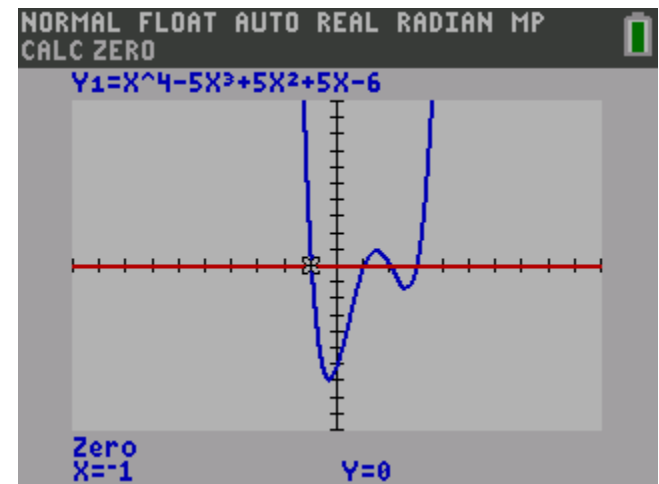
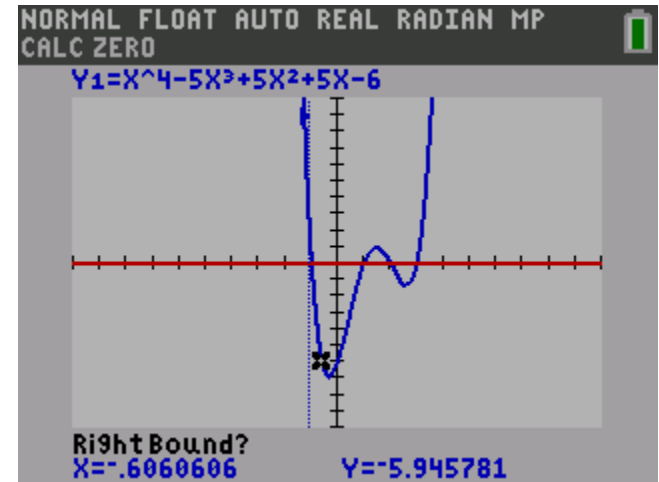
- Op het scherm verschijnt “Left Bound?”
Zet het knipperende kruisje links van een snijpunt met de x-as en druk op ENTER.
Waar je “Left Bound” hebt geselecteerd zie je nu een gestippelde verticale lijn.



3.3 Wiskundige modellen [1]

Stap 4:

- Bepaal de nulpunten van de functie:
| 2ND TRACE | 2:ZERO | ENTER
- Op het scherm verschijnt “Right Bound?”
Zet het knipperende kruisje rechts van hetzelfde snijpunt met de x-as en druk op ENTER;
- Op het scherm verschijnt “Guess?”
Drukken op ENTER geeft de uitkomst $X = -1$.
- Dit nog drie keer herhalen geeft de overige uitkomsten $X = 1$ en $X = 2$ en $X = 3$



3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 6:

Los de vergelijking: $0.5x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = -0.5x^3 + 2x^2 - 8$

Stap 1:

Vul de functies in, in de GR:

$$Y = | Y1 = 0.5X^3 - 2X^2 - 4X + 8$$

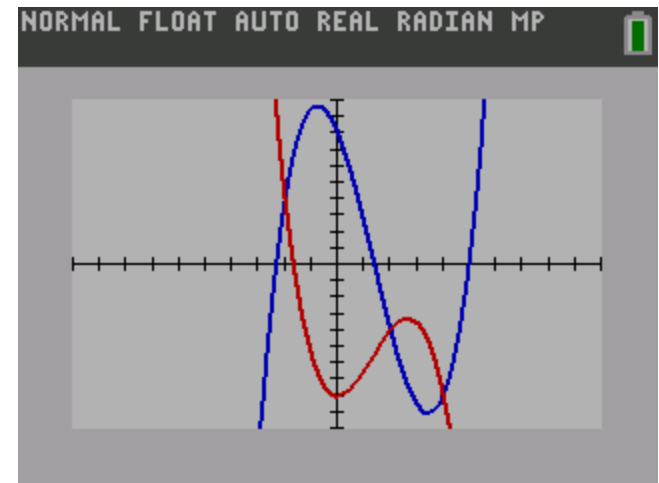
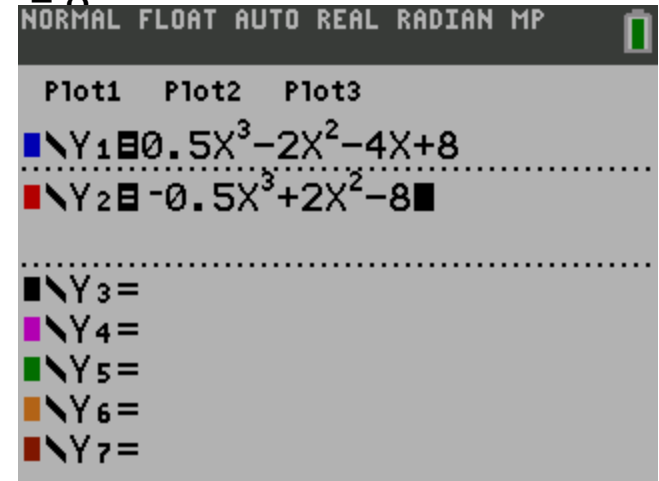
$$Y = | Y2 = -0.5X^3 + 2X^2 - 8$$

Let op:

- De toets met de min aan de rechterkant gebruik je voor een min in een berekening;
- De toets met (-) onder de drie gebruik je voor een min, die voor een getal staat, maar niet in een berekening.

Stap 2:

Maak een schets van de grafiek met behulp van de GR: GRAPH



3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 6:

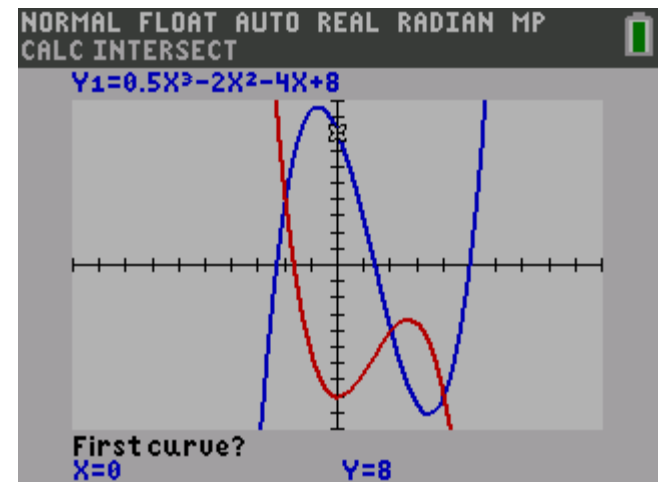
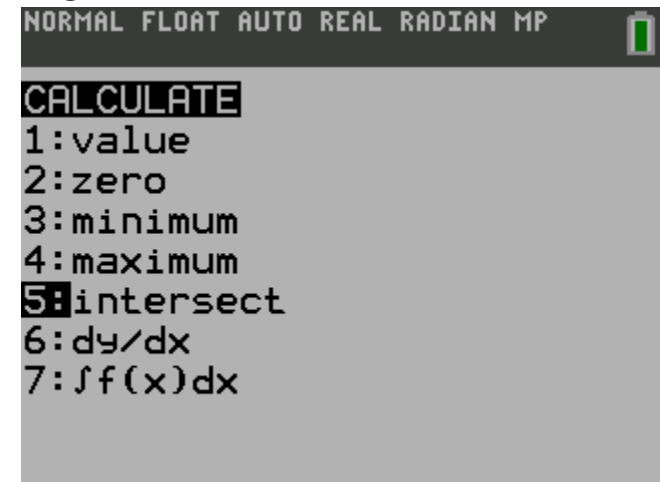
Los de vergelijking: $0.5x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = -0.5x^3 + 2x^2 - 8$

Stap 3:

- Bepaal de snijpunten van de functies:

| 2ND TRACE | **5:INTERSECT** | ENTER

- Op het scherm verschijnt “First Curve?”
Controleer of het knipperende kruisje
op grafiek Y1 staat en druk op ENTER;



3.3 Wiskundige modellen [1]

Voorbeeld 6:

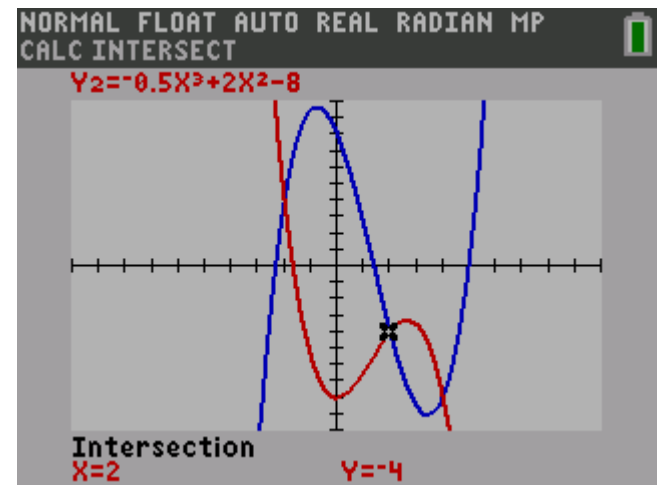
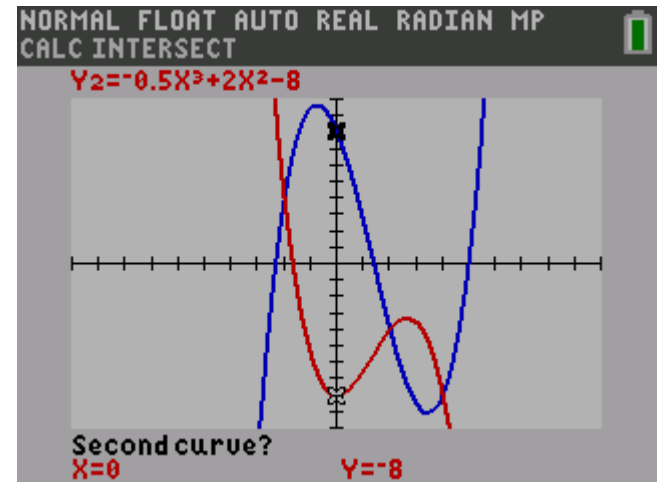
Los de vergelijking: $0.5x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = -0.5x^3 + 2x^2 - 8$

Stap 3:

- Op het scherm verschijnt “Second Curve?”
Controleer of het knipperende kruisje op grafiek Y2 staat en druk op ENTER.
- Op het scherm verschijnt “Guess?”
Druk op ENTER en het snijpunt $(-2, 4)$ verschijnt.

Let op:

De GR rekt het snijpunt uit waar het knipperende kruisje het dichtste bij is. De snijpunten $(2, -4)$ en $(4, -8)$ volgen door het knipperende kruisje hier in de buurt te zetten en de voorgaande stappen opnieuw te doen.



3.3 Wiskundige modellen [1]

Getallen opslaan in het geheugen:

Het opslaan van $5/9$ gaat als volgt:

Als $5/9$ in je scherm staat druk op

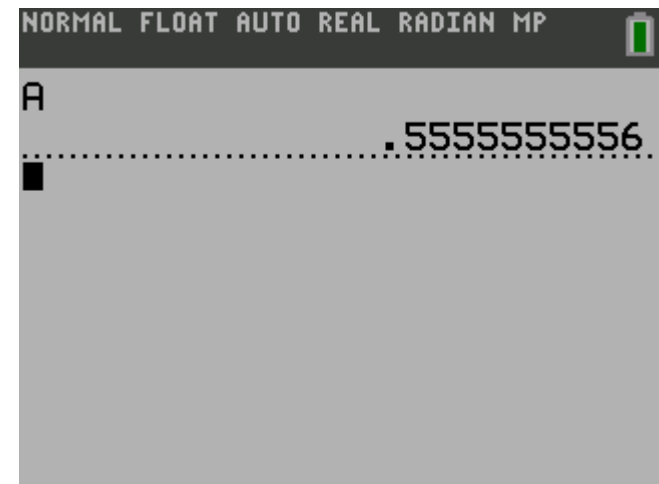
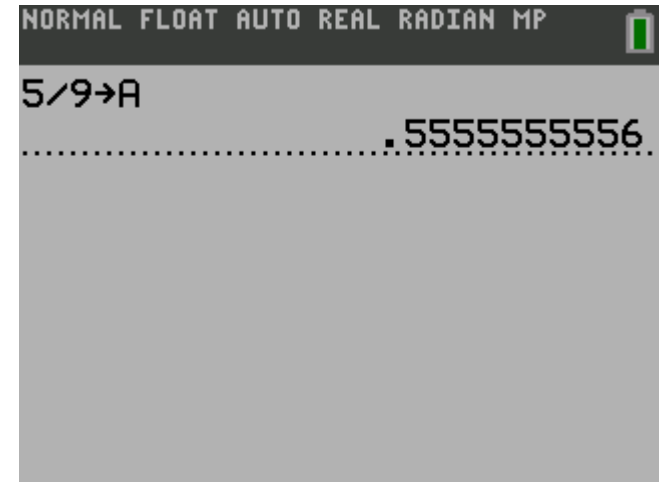
STO | ALPHA | MATH | ENTER

Bij de MATH toets staat een groene A. $5/9$ is nu opgeslagen onder de letter A.

Elke letter van het alfabet staat bij een andere toets.

Met behulp van ALPHA | MATH | ENTER verschijnt $5/9$ weer in beeld.

Dit kun je gebruiken om onafgeronde getallen op te slaan en zo zonder afronden door te gaan.



3.3 Wiskundige modellen [1]

Rekenmachine resetten:

Stap 1:

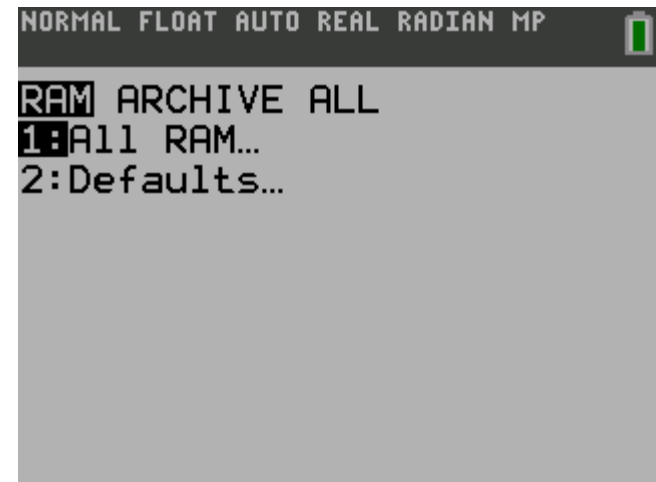
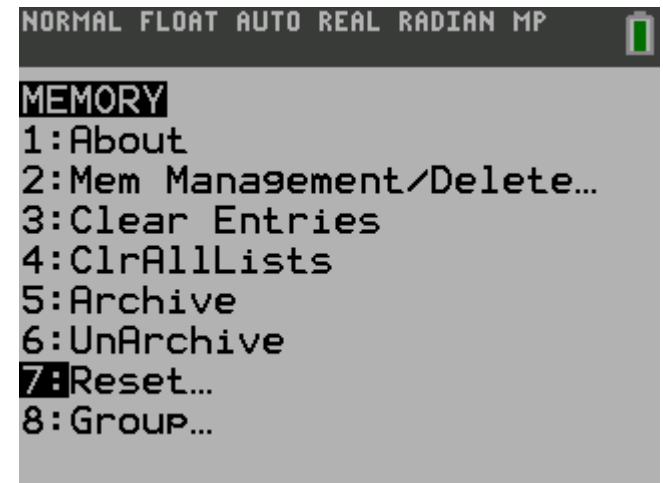
- Druk op 2ND | +

Stap 2:

- Kies optie 7: RESET | ENTER

Stap 3:

- Kies optie 1: ALL RAM | ENTER



3.3 Wiskundige modellen [1]

Rekenmachine resetten:

Stap 4:

- Kies optie 2: RESET | ENTER



Pas op:

Alle geïnstalleerde programma's en data zijn nu weg!!!

3.4 Verbanden en berekeningen [1]

Voorbeeld 1:

Jaar	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2007
Aantal liters	50	58	68	86	96	98	95

De bovenstaande tabel geeft de hoeveelheid frisdrank weer, die in een bepaald jaar gedronken wordt.

Met **lineair interpoleren** kun je bij een serie waarnemingsgetallen een tussenliggende waarde schatten. Schat het aantal liters dat in 1978 gedronken wordt.

Stap 1:

In de periode 1975 tot 1980 groeit het aantal liters van 50 naar 58.

In 5 jaar tijd is dit een toename van 8 liter.

In 1 jaar tijd is dit een toename van $\frac{8}{5}$ liter.

In 3 jaar tijd is dit een toename van $3 \cdot \frac{8}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$ liter.

3.4 Verbanden en berekeningen [1]

Voorbeeld 1:

Jaar	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2007
Aantal liters	50	58	68	86	96	98	95

De bovenstaande tabel geeft de hoeveelheid frisdrank weer, die in een bepaald jaar gedronken wordt.

Met **lineair interpoleren** kun je bij een serie waarnemingsgetallen een tussenliggende waarde schatten. Schat het aantal liters dat in 1978 gedronken wordt.

Stap 2:

Schatting aantal liters '1978' = '1975' + groei 3 jaren

Schatting aantal liters '1978' = $50 + 4\frac{4}{5}$ liter.

Schatting aantal liters '1978' $\approx$ 55 liter

3.4 Verbanden en berekeningen [1]

Voorbeeld 2:

Jaar	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2007
Aantal liters	50	58	68	86	96	98	95

De bovenstaande tabel geeft de hoeveelheid frisdrank weer, die in een bepaald jaar gedronken wordt.

Met **lineair extrapoleren** kun je bij een serie waarnemingsgetallen een waarde schatten die buiten de serie waarnemingen ligt. Schat het aantal liters dat in 2012 gedronken zal worden.

Stap 1:

In de periode 2000 tot 2007 neemt het aantal liters af van 98 naar 95.

In 7 jaar tijd is dit een afname van 3 liter.

In 1 jaar tijd is dit een afname van $\frac{3}{7}$ liter.

In 5 jaar tijd is dit een afname van $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$ liter.

3.4 Verbanden en berekeningen [1]

Voorbeeld 2:

Jaar	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2007
Aantal liters	50	58	68	86	96	98	95

De bovenstaande tabel geeft de hoeveelheid frisdrank weer, die in een bepaald jaar gedronken wordt.

Met **lineair extrapoleren** kun je bij een serie waarnemingsgetallen een waarde schatten die buiten de serie waarnemingen ligt. Schat het aantal liters dat in 2012 gedronken zal worden.

Stap 2:

Schatting aantal liters '2012' = '2007' + afname 5 jaren

Schatting aantal liters '2012' = $95 - 2\frac{1}{7}$ liter.

Schatting aantal liters '2012' ≈ 93 liter

Bij intra- of extrapoleren m.b.v. een grafiek is er sprake van **grafisch intrapoleren** of **grafisch extrapoleren**.

3.4 Verbanden en berekeningen [2]

Voorbeeld:

Bij het telecombedrijf TELBEL betaal je 10 euro voor 100 belminuten.

Hierbij hoort de volgende verhoudingstabel:

Minuten (m)	50	100	200	400
bedrag (b)	5	10	20	40

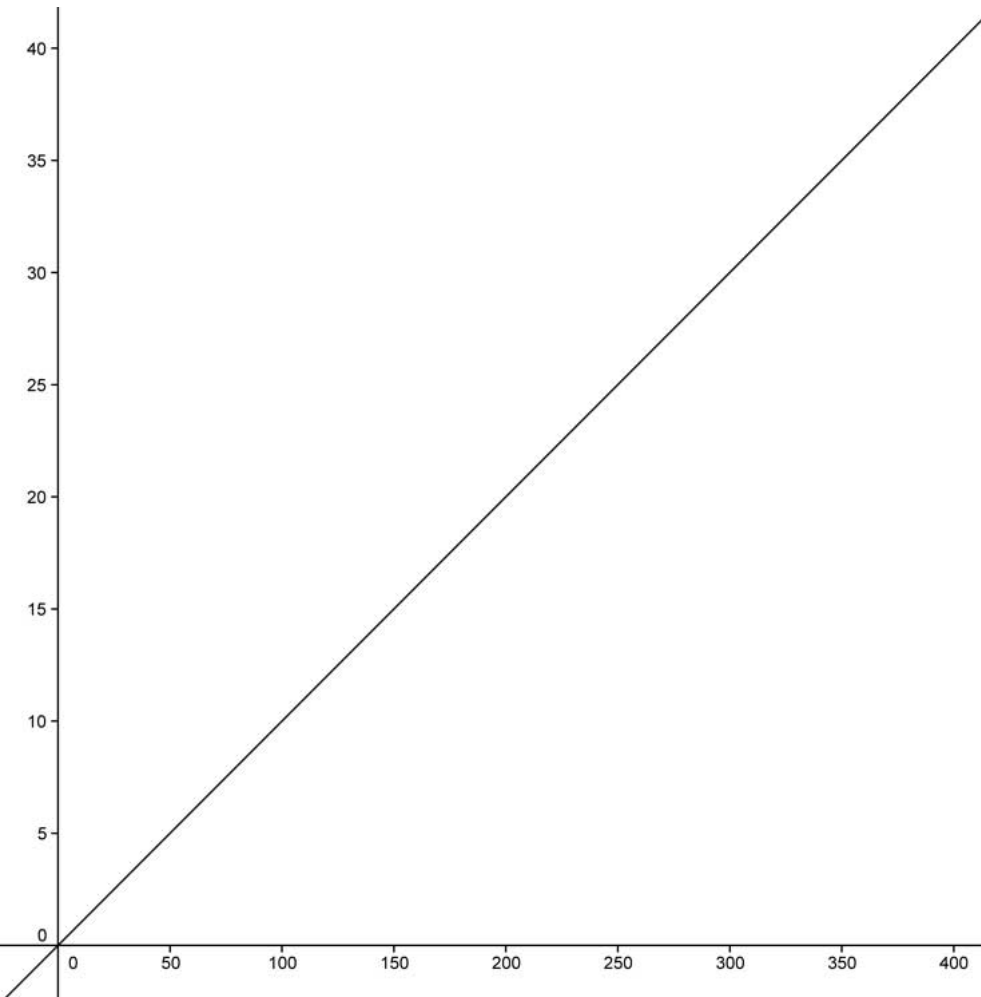
Als je aantal minuten met 2 vermenigvuldigt, wordt het te betalen bedrag ook twee keer zo groot. Dit zijn **evenredige grootheden**.

De formule is: $b = 0,1m$

Het getal 0,1 is de **evenredigheidsconstante**.

Wanneer je deze verhoudingstabel in een grafiek tekent, krijg je een rechte lijn door de oorsprong.

3.4 Verbanden en berekeningen [2]



- Bij evenredige grootheden hoort een verhoudingstabel;
- Bij evenredige grootheden hoort als grafiek een rechte lijn door (0,0);
- Bij evenredige grootheden hoort een formule van de vorm $y = ax$;
- Als de ene grootheid k keer zo groot wordt, wordt de andere grootheid dat ook.

3.4 Verbanden en berekeningen [2]

Voorbeeld 1:

Gegeven is dat y evenredig is met x . Voor $x = 7$ is $y = 18$.

Bereken y voor $x = 35$.

7	35
18	y

Kruislings vermenigvuldigen geeft: $y = \frac{18 \cdot 35}{7} = 90$

Voorbeeld 2:

Gegeven is dat N evenredig is met t . Bij $t = 10$ hoort $N = 80$.

Stel de formule van N op.

$$N = at$$

$$80 = a \cdot 10$$

$$a = 8$$

Dus $N = 8t$.

3.4 Verbanden en berekeningen [3]

Voorbeeld:

Aan een schip is zoveel drinkwater aanwezig dat 12 mensen hier 10 dagen kunnen doen. Wanneer er nu 24 mensen aan boord zijn, kunnen deze maar 5 dagen met dit drinkwater doen.

Hierbij hoort de volgende verhoudingstabel:

Personen	12	24	6	120
Dagen	10	5	20	1
Product	120	120	120	120

De hoeveelheid personen en het aantal dagen dat ze kunnen drinken is nu **omgekeerd evenredig**. Als de ene grootte 2 keer zo groot wordt, wordt de andere grootte 2 keer zo klein.

3.4 Verbanden en berekeningen [3]

Voorbeeld:

Aan een schip is zoveel drinkwater aanwezig dat 12 mensen hier 10 dagen kunnen doen.

Personen (x)	12	24	6	120
Dagen (y)	10	5	20	1
Product	120	120	120	120

Let op:

- In dit voorbeeld is y omgekeerd evenredig met x ;
- Vermenigvuldig je x met een getal, dan moet je y door hetzelfde getal delen;
- Het product xy is constant, dus $xy = a$ of $y = \frac{a}{x}$
- De grafiek is een hyperbool.

3.4 Verbanden en berekeningen [3]

Voorbeeld 1:

Het aantal tandenborstels q dat een bedrijf dagelijks verkoopt is omgekeerd evenredig met de prijs p in euro's. Bij een prijs van € 3,25 worden 800 tandenborstels verkocht.

Stel de formule op van q bij een prijs van p euro.

$$q = \frac{a}{p}$$

Invullen van $p = 3,25$ en $q = 800$ geeft:

$$800 = \frac{a}{3,25} \Rightarrow a = 800 \cdot 3,25 = 2600$$

De formule wordt nu: $q = \frac{2600}{p}$

3.5 Vergelijkingen en ongelijkheden [1]

Algebraisch oplossen = Los de vergelijking stap voor stap op. De oplossingen moeten soms afgerond worden;

Exact oplossen = Los de vergelijking stap voor stap op. De oplossingen mag niet afgerond worden;

Los op, bereken de oplossingen, grafisch-numeriek oplossen = De vergelijking mag nu met de GR opgelost worden. De oplossing mag afgerond worden.

3.5 Vergelijkingen en ongelijkheden[1]

Er zijn vier soorten tweedegraadsvergelijkingen:

1. $ax^2 + bx = 0$ (Haal de x buiten de haakjes)

Voorbeeld 1:

$$3x^2 + 6x = 0$$

$$3x(x + 2) = 0$$

$$3x = 0 \vee x + 2 = 0$$

$$x = 0 \vee x = -2$$

2. $ax^2 + c = 0$ (Herleid tot $x^2 = \text{getal}$)

Voorbeeld 2:

$$3x^2 - 6 = 0$$

$$3x^2 = 6$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$$

3.5 Vergelijkingen en ongelijkheden[1]

Er zijn vier soorten tweedegraadsvergelijkingen:

3. $ax^2 + bx + c = 0$ (Linkerlid ontbinden in factoren)

Voorbeeld 3:

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x + 1)(x - 7) = 0$$

$$x = -1 \vee x = 7$$

4. $ax^2 + bx + c = 0$ (Linkerlid niet te ontbinden, dan ABC-formule)

Voorbeeld 4:

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -7 = 81$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \vee x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{81}}{2 \cdot 2} \vee x = \frac{5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 2}$$

$$x = 3\frac{1}{2} \vee x = -1$$

3.5 Vergelijkingen en ongelijkheden [2]

Notatie:

x ligt **tussen** -2 en 2 noteer je als:

$$-2 < x < 2$$

x ligt links van -2 en rechts van 2 noteer je als:

$$x < -2 \vee x > 2$$

- Bij het oplossen van de ongelijkheid $f(x) < g(x)$ kijk je waar de grafiek van f **onder** die van g ligt;
- Bij het oplossen van de ongelijkheid $f(x) \leq g(x)$ kijk je waar de grafiek van f **gelijk is aan** die van g of **onder** g ligt;
- Bij het oplossen van de ongelijkheid $f(x) > g(x)$ kijk je waar de grafiek van f **boven** die van g ligt;
- Bij het oplossen van de ongelijkheid $f(x) \geq g(x)$ kijk je waar de grafiek van f **gelijk is aan** die van g of **boven** g ligt.

3.5 Vergelijkingen en ongelijkheden [2]

Voorbeeld:

Los de ongelijkheid: $x^2 > -8x + 5$ op.

Stap 1:

Plot de beide grafieken in de GR:

$$Y = | \text{Y1} = X^2$$

$$\text{Y2} = -8X + 5$$

Stap 2:

Bereken met behulp van **INTERSECT** de
Snijpunten $x = -8,58$ en $x = 0,58$

Stap 3:

Maak een schets van de grafiek met behulp
van de GR: GRAPH

$$x > 0,58 \text{ of } x < -8,58$$

Let op:

Neem $Y_{\max} = 80$ om het linkersnijpunt te vinden.

