

Voorkennis

Herhaling merkwaardige producten:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

Voorbeeld 1:

$$\begin{aligned}(5a)^2 - (2a - 3b)^2 &= \\ 25a^2 - (4a^2 - 12ab + 9b^2) &= \\ 25a^2 - 4a^2 + 12ab - 9b^2 &= \\ 21a^2 + 12ab - 9b^2\end{aligned}$$

Let op de haakjes!!!

Voorbeeld 2:

$$\begin{aligned}4(x - 7)^2 - 5(x - 3)(x + 2) &= \\ 4(x^2 - 14x + 49) - 5(x^2 + 2x - 3x - 6) &= \\ 4x^2 - 56x + 196 - 5x^2 - 10x + 15x + 30 &= \\ -x^2 - 51x + 226\end{aligned}$$

Let op de volgorde van berekenen:
Eerst machtsverheffen en dan
vermenigvuldigen.

Voorkennis

Voorbeeld 3:

$$\frac{8a}{10a} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

Voorbeeld 4:

$$\frac{3ab + 4bc}{2ab} = \frac{b(3a + 4c)}{2ab} = \frac{3a + 4c}{2a}$$

Bij het vereenvoudigen van deze breuk ontbind je de teller in factoren.
Hierna kun je de breuk herleiden.

Voorbeeld 5:

$$\frac{3a^2 - 3ab}{a - b} = \frac{3a(a - b)}{a - b} = \frac{3a}{1} = 3a$$

Bij het vereenvoudigen van deze breuk ontbind je de teller in factoren.
Hierna kun je de breuk herleiden.

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 50):

Doel:

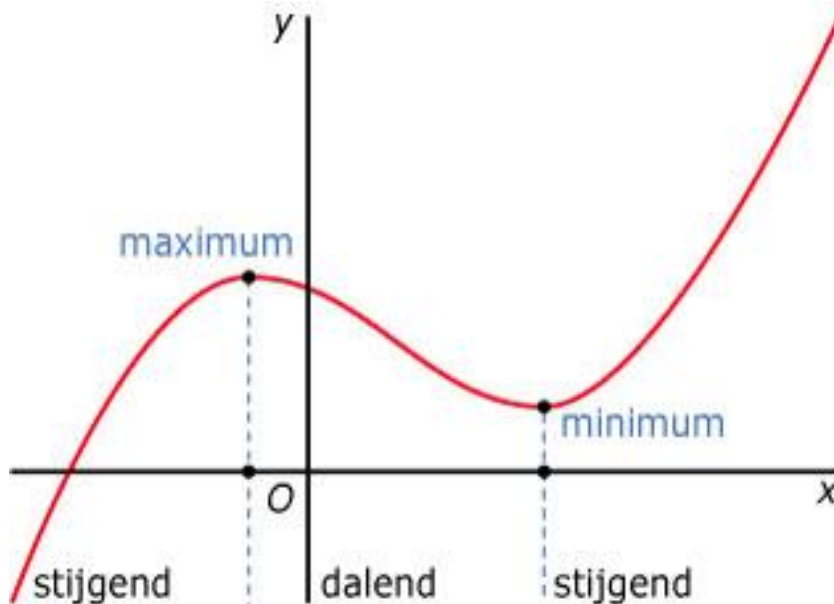
Je kunt de verschillende soorten (constant, toenemend en afnemend) stijging en daling herkennen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 2 t/m 4

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 50):



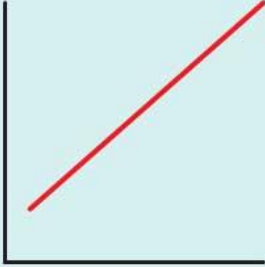
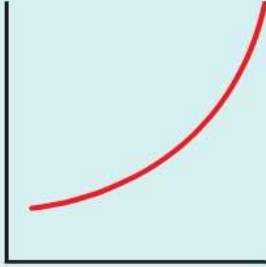
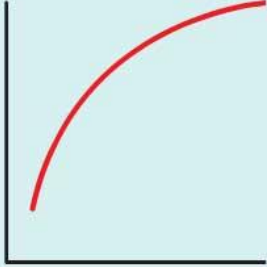
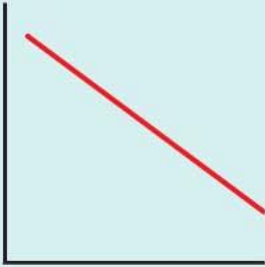
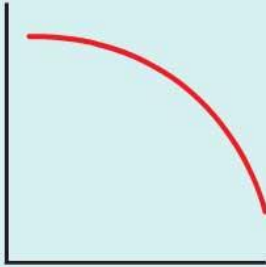
Voor de hiernaast getekende globale grafiek geldt:

- **Afnemend stijgend** tot het maximum;
- Na het maximum eerst **toenemend dalend**;
- Hierna **afnemend dalend** tot het minimum;
- Na het minimum **toenemend stijgend**.

Let op:

Bij een extreme waarde is de functie noch stijgend noch dalend!!!

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 50):

Soorten van stijgen en dalen			
stijging	constant 	toenemend 	afnemend 
daling	constant 	toenemend 	afnemend 

Leerdoel 2 (Theorie B – pagina 51/52):

Doel:

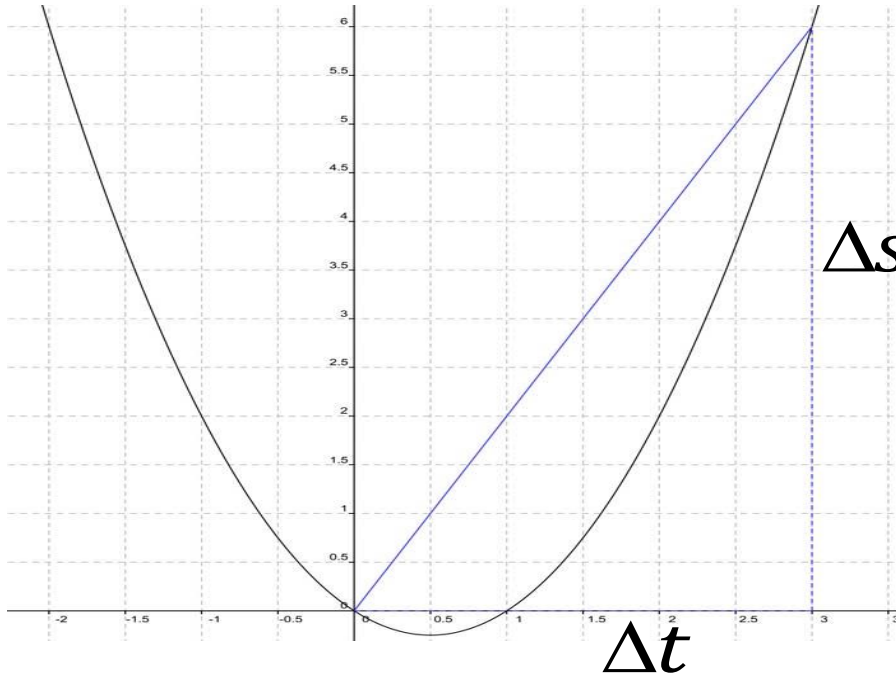
Je kunt met behulp van een tijd-afstandsgrafiek de gemiddelde snelheid berekenen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 6 en 7

Leerdoel 2 (Theorie B – pagina 51/52):



De grafiek hiernaast is een **tijd-afstandgrafiek**.

De gemiddelde snelheid
Op het interval $[0, 3]$ is:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(3) - s(0)}{3 - 0} = \frac{6 - 0}{3 - 0} = 2$$

Algemeen:

- In een tijd-afstandgrafiek is de afgelegde afstand s uitgezet tegen de tijd t ;
- Bij een tijd-afstandgrafiek is het differentiequotiënt van s op $[a, b]$ de gemiddelde snelheid op $[a, b]$

- De gemiddelde snelheid is: $\frac{\Delta s}{\Delta t}$

Leerdoel 3 (Theorie C – pagina 51/52):

Doel:

Je kunt met behulp van een grafiek het differentiequotiënt berekenen.

- ✓ Je weet dat het differentiequotiënt ook als volgt omschreven kan worden:
 - de gemiddelde toename;
 - de helling van een lijn;
 - de verticale verandering gedeeld door de horizontale verandering.

Uitleg theorie

Oefenen met:

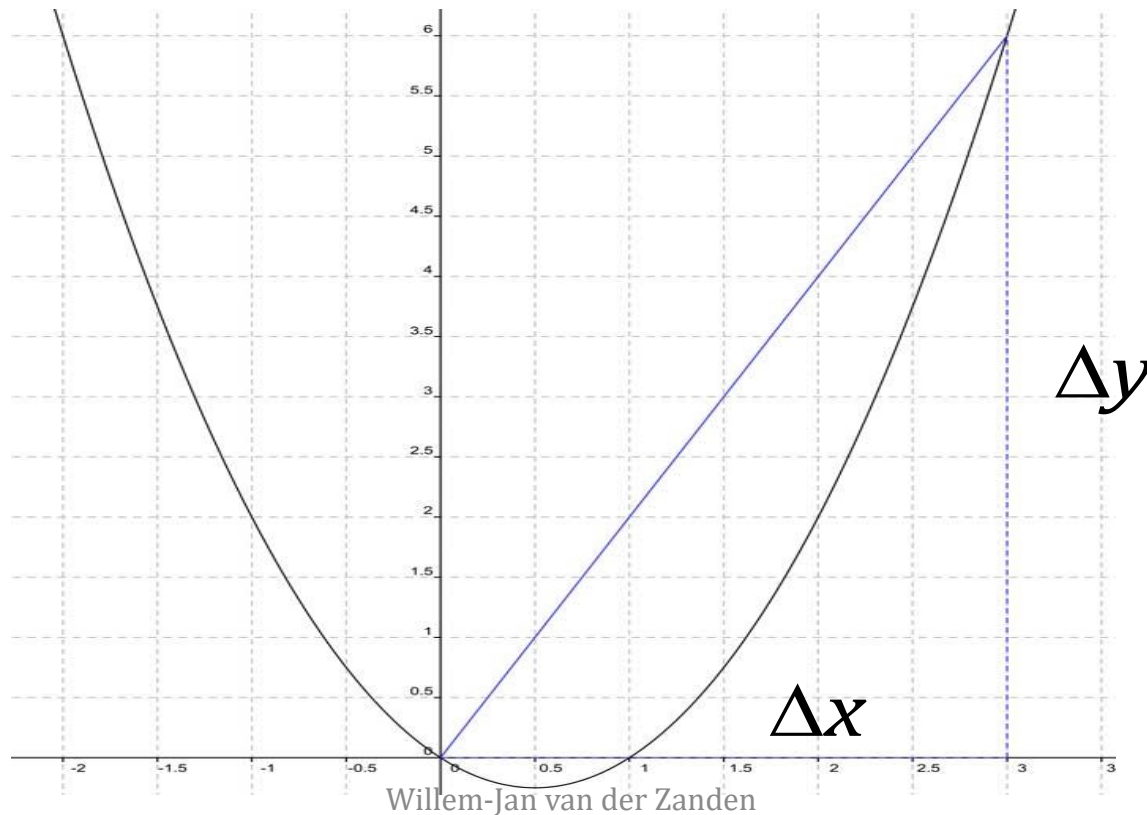
Opgave 8 t/m 10

Leerdoel 3 (Theorie C – pagina 51/52):

Met het differentiequotiënt bereken je de gemiddelde verandering per tijdseenheid.

Voorbeeld: $f(x) = x^2 - x$

$$\text{Differentiequotiënt van } f(x) \text{ op } [0, 3] = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{6 - 0}{3 - 0} = 2$$



Leerdoel 3 (Theorie C – pagina 51/52):

Algemeen:

Het differentiequotiënt $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ van y op $[x_A, x_B]$ is:

- De gemiddelde toename van y op $[x_A, x_B]$;
- De richtingscoëfficiënt van de lijn AB ;
- De helling van de lijn AB ;

- $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Leerdoel 4 (Theorie D – pagina 54):

Doel:

Je kunt met behulp van een functie het differentiequotiënt berekenen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 11 t/m 15

Leerdoel 4 (Theorie D – pagina 54):

Voorbeeld 1:

Bereken de differentiequotiënt van $f(x) = x^2 + 6x - 7$ op het interval $[2,5]$:

$$x_A = 2, y_A = f(2) = 2^2 + 6 \cdot 2 - 7 = 9$$

$$x_B = 5, y_B = f(5) = 5^2 + 6 \cdot 5 - 7 = 48$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{48 - 9}{5 - 2} = \frac{39}{3} = 13$$

Voorbeeld 2:

Gegeven is de functie: $s = 3t^2 + 5t$ met s = afstand in km en t = tijd in uren.
Bereken de gemiddelde snelheid per uur op het interval $[1,4]$

$$t_A = 1, s_A = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 = 8$$

$$t_B = 4, s_B = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4 = 68$$

$$\text{gemiddelde snelheid per uur} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_B - s_A}{t_B - t_A} = \frac{68 - 8}{4 - 1} = \frac{60}{3} = 20 \text{ km/uur}$$

Leerdoel 5 (Theorie D – pagina 56/57):

Doel:

Je kunt bij een tijd-afstandsformule met behulp van een differentiequotiënt de snelheid in een bepaald punt benaderen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 17 t/m 20

Leerdoel 5 (Theorie D – pagina 56/57):

Voorbeeld:

Gegeven is de **tijd-afstandformule**: $s = t^3 + t^2$ met t in seconden en m in meters. Bereken de snelheid op $t = 3$

De snelheid van deze tijd-afstandformule kun je benaderen door het differentiequotiënt op een klein interval rond $t = 3$ te berekenen. Neem bijvoorbeeld het interval $[3; 3,01]$.

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(3,01) - s(3)}{3,01 - 3} = \frac{36,331 - 36}{3,01 - 3} = 33,1001$$

Hieruit volgt dat de snelheid op $t = 3$ ongeveer 33 m/s is.

Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 59/60):

Doel:

Je kunt met behulp van de grafische rekenmachine de formule van een raaklijn aan een functie opstellen als de x-coördinaat van het raakpunt gegeven is.

- ✓ Je gebruikt de specifieke functies van de GR om de snelheid te berekenen waarmee een functie op een bepaald moment verandert.

Uitleg theorie

Oefenen met:

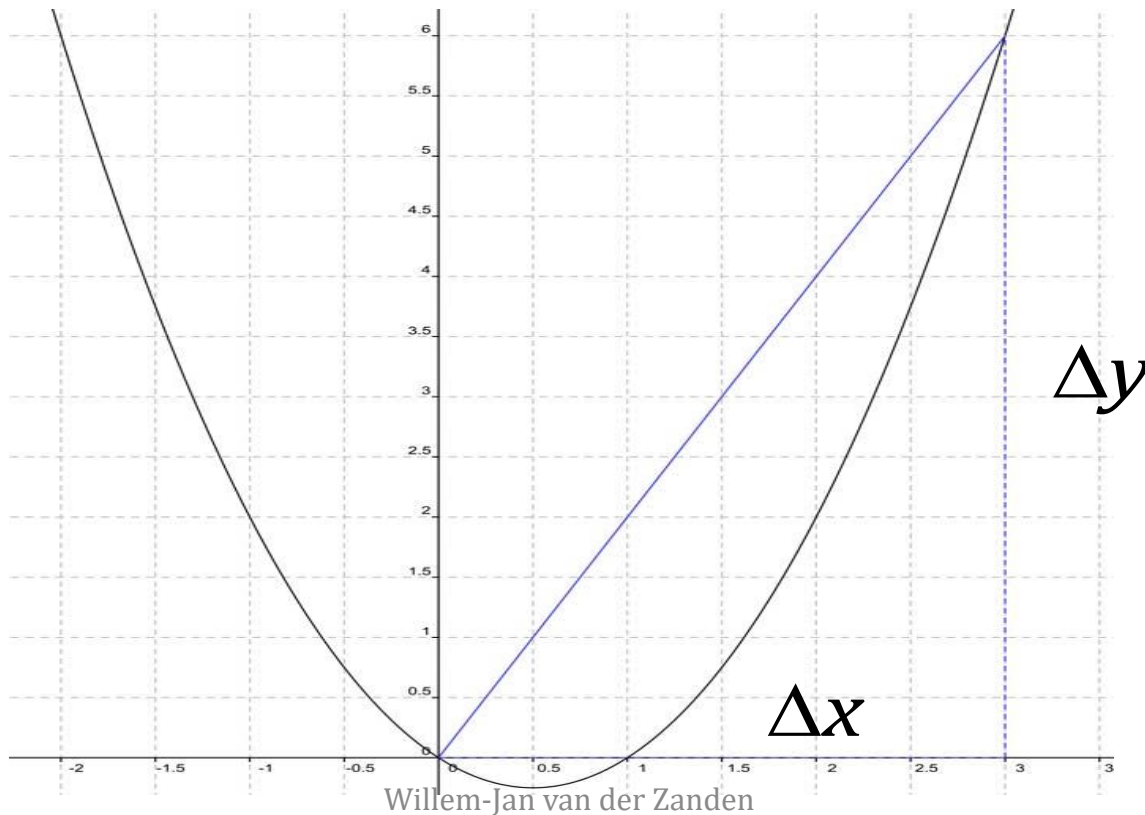
Opgave 23, 24, 26 t/m 28

Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 59/60):

Met het differentiequotiënt bereken je de gemiddelde verandering per tijdseenheid.

Voorbeeld: $f(x) = x^2 - x$

$$\text{Differentiequotiënt van } f(x) \text{ op } [0, 3] = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{6 - 0}{3 - 0} = 2$$

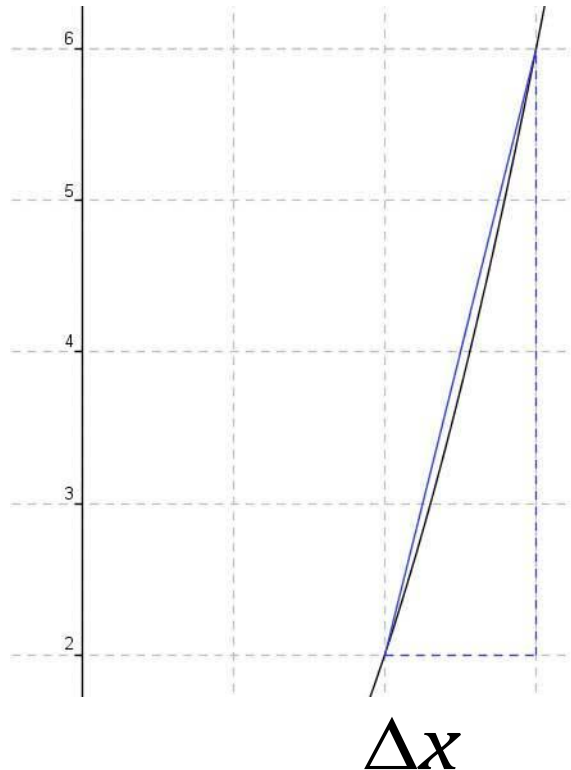


Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 59/60):

Met het differentiequotiënt bereken je de gemiddelde verandering per tijdseenheid.

Voorbeeld: $f(x) = x^2 - x$

$$\text{Differentiequotiënt van } f(x) \text{ op } [2, 3] = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{6 - 2}{3 - 2} = 4$$



Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 59/60):

Met het differentiequotiënt bereken je de gemiddelde verandering per tijdseenheid.

Voorbeeld: $f(x) = x^2 - x$

$$\text{Differentiequotiënt van } f(x) \text{ op } [2,99 ; 3] = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(2,99)}{3 - 2,99} = \frac{6 - 5,9501}{3 - 2,99} \approx 4,99$$

Dit differentiequotiënt geeft een goede benadering van de helling van de grafiek $f(x)$ in het punt $A(3, 6)$.

Wanneer er nu een oneindig klein interval genomen wordt, krijgen we:

- De **richtingscoëfficiënt** van raaklijn van de grafiek in het punt A ;
- De **helling van de grafiek** in A ;
- De snelheid waarmee y verandert voor $x = 3$.
- De notatie hiervan is: $\left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=3}$

Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 59/60):

Voorbeeld:

Gegeven is de functie: $f(x) = x^2 - 2x - 1$.

Stel de formule op van de raaklijn l van de grafiek in het punt B met $x_B = 5$.

Stap 1:

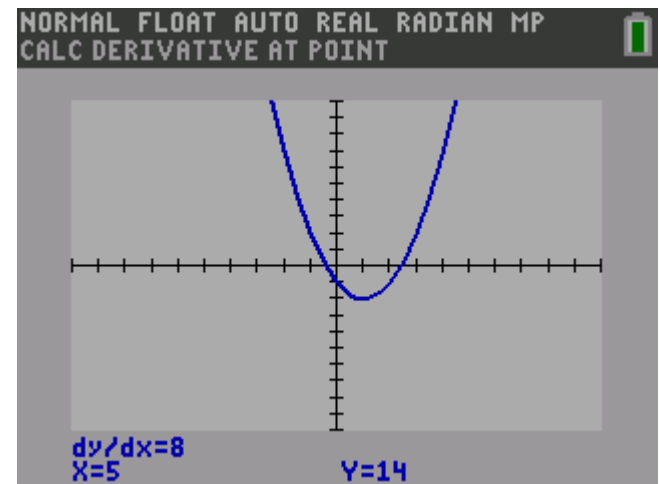
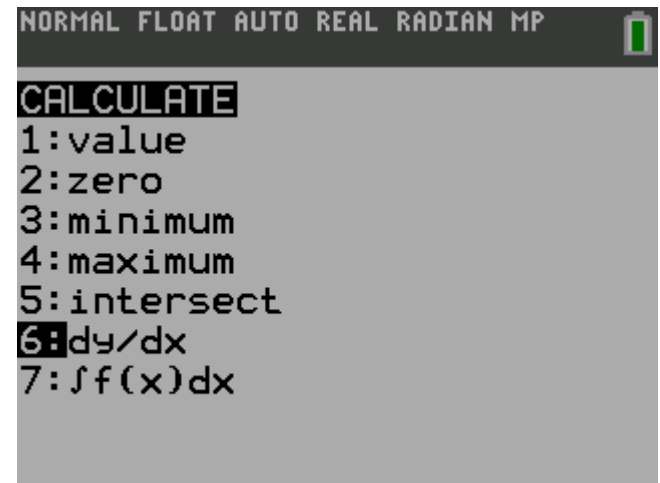
Bereken de richtingscoëfficiënt met de GR:

$$Y= | Y1 = X^2 - 2X - 1$$

2ND | TRACE | 6: dy/dx | ENTER

Toets 5 in | ENTER

$$dy/dx = 8 \text{ dus } rc_B = 8$$



Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 59/60):

Voorbeeld:

Gegeven is de functie: $f(x) = x^2 - 2x - 1$.

Stel de formule op van de raaklijn l van de grafiek in het punt B met $x_B = 5$.

Stap 2:

Bereken de y -coördinaat van het punt B .

$$f(5) = 5^2 - 2 \cdot 5 - 1 = 14$$

Stap 3:

Stel de vergelijking van raaklijn l : $y = ax + b$ op:

$$l: y = 8x + b$$

Invullen van het punt $B(5, 14)$ geeft:

$$14 = 8 \cdot 5 + b$$

$$14 = 40 + b$$

$$b = -26 \quad \Rightarrow \quad l: y = 8x - 26$$

Leerdoel 7 (Theorie B – pagina 64/65):

Doel:

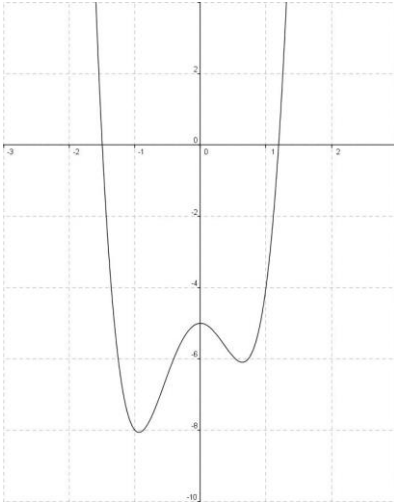
- ✓ Je kunt van een gegeven functie/grafiek de hellingsgrafiek schetsen. Dit kun je zowel met als zonder GR doen.
- ✓ Je kunt als de (functie van de) hellingsgrafiek gegeven is de bijbehorende functie schetsen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

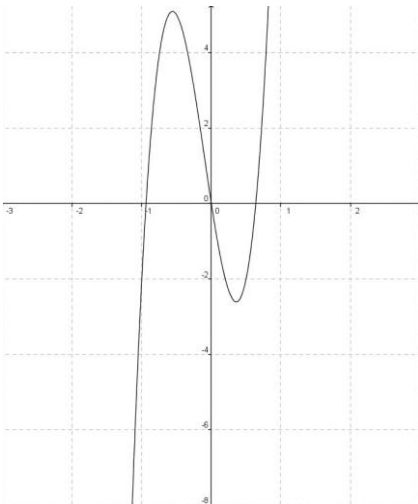
Opgave 31 t/m 35

Leerdoel 7 (Theorie B – pagina 64/65):



- Linksboven is de grafiek van de functie $f(x) = 5x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5$ getekend op het interval $[-2, 2]$;
- Deze grafiek heeft drie toppen;

- Linksonder is de hellingsgrafiek van de functie van f getekend;
- De hellingsgrafiek geeft in elk punt de snelheid aan waarmee de functie van f verandert;



- In de intervallen $[-2; -0,94)$ en $(0; 0,64)$ is $f(x)$ dalend. De hellingsgrafiek ligt onder de x-as;
- In de punten met $x = -0,94$, $x = 0$ en $x = 0,64$ heeft $f(x)$ een top. De hellingsgrafiek snijdt hier de x-as;
- In de intervallen $(-0,94; 0)$ en $(0,64, 2]$ is $f(x)$ stijgend. De hellingsgrafiek ligt boven de x-as;

Leerdoel 7 (Theorie B – pagina 64/65):

Het plotten van een hellingsgrafiek op de GR:

Stap 1:

Vul bij Y1 de functie $f(x)$ in:

$$Y = | Y1 = 5X^4 + 2X^3 - 6X^2 - 5$$

Stap 2:

Vul bij Y2 in wat er op het eerste plaatje staat

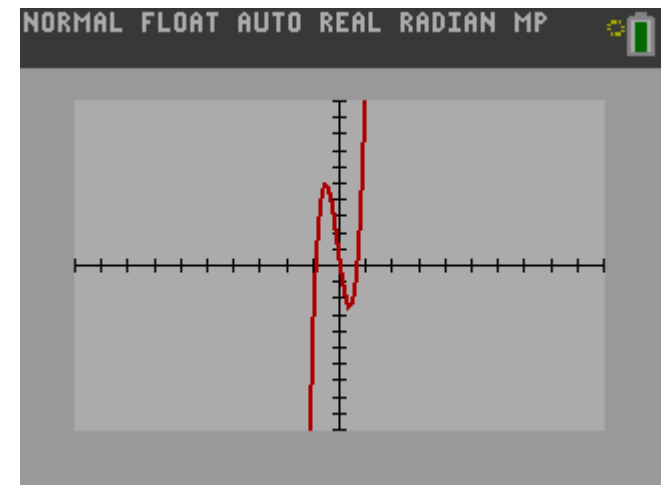
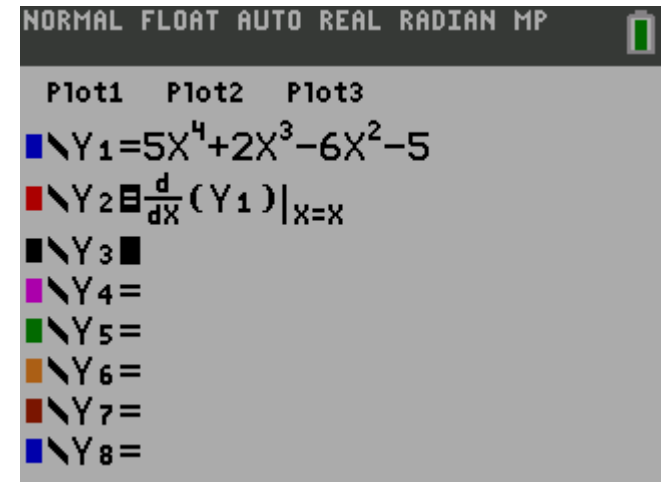
nDerive volgt met:

MATH | MATH | 8:nDerive(

Y1 volgt met:

VARS | Y-VARS | 1: Function | 1:Y₁

Zorg dat alleen de functie Y2 op je scherm verschijnt



Leerdoel 8 (Theorie A – pagina 69-71):

Doel:

Je kunt de limiet van een gegeven functie (teller en noemer bestaan uit termen van de vorm ax^n) in een bepaald punt berekenen.

- ✓ Je kunt aangeven wanneer een functie continu is;
- ✓ Je kunt aangeven waar een functie een perforatie heeft;
- ✓ Je kunt berekenen wat de continuumakende waarde van een functie is bij een perforatie;
- ✓ Je weet wat het begrip “limiet” betekend;

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 40 t/m 44

Leerdoel 8 (Theorie A – pagina 69-71):

Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$

Deze functie bestaat niet bij een x van 2. Invullen van $x = 2$ geeft een deling door 0.

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2} = \frac{x^2(x - 2)}{x - 2} = x^2 \text{ met } x \neq 2$$

De functie $g(x) = x^2$ heeft als domein $\mathbb{R}$ en is een **ononderbroken kromme**. Deze functie is **continu** in $\mathbb{R}$.

De functie g is continu in een open interval V als het bijbehorende deel van de grafiek van f een ononderbroken kromme is.

De grafiek van $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$ valt samen met de grafiek van $g(x) = x^2$ maar voor

$x = 2$ heeft de grafiek van f een **perforatie** met de coördinaten (2,4).
Toevoegen van het punt (2,4) maakt van f een continue functie in $\mathbb{R}$.

4 is de **continuummakende waarde** van f voor $x = 2$: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

Leerdoel 8 (Theorie A – pagina 69-71):

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ betekent dat $f(x)$ onbeperkt tot b kan naderen door x maar dicht genoeg bij a te kiezen.

Als de functie f continu is in a , dan geldt $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Als voor de functie f geldt dat $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$, dan is f continu in a .

Voorbeeld 1:

Bereken: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 3}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 + 2 - 6}{2 - 3} = \frac{0}{-1} = 0$$

Voorbeeld 2:

Bereken: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3) = 5$$

Leerdoel 9 (Theorie B – pagina 72/73):

Doel:

- ✓ Je kunt met behulp van de limiet de helling van de grafiek van een gegeven functie in een bepaald punt berekenen;
- ✓ Je kunt met behulp van de limiet de afgeleide van een gegeven functie opstellen;

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 46, 47

Leerdoel 9 (Theorie B – pagina 72/73):

Een andere naam voor hellingfunctie is **afgeleide functie**.

De afgeleide van een functie f [f'] geeft voor elke x :

- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn van de grafiek van f in het bijbehorende punt;
- De helling van de grafiek van f in het bijbehorende punt.

De formule van de afgeleide van een functie f kan gevonden worden met behulp van het differentiequotiënt op het interval $[x, x + h]$:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{x+h-x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Op het moment dat h richting 0 gaat (en dus heel erg klein wordt), volgt uit het differentiequotiënt de afgeleide f' :

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Leerdoel 9 (Theorie B – pagina 72/73):

Voorbeeld 1:

Gegeven is de functie $f(x) = 3x^2$.

Bereken $f'(3)$ met behulp van een limiet.

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(3+h)^2 - 3 \cdot 3^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(9 + 6h + h^2) - 27}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{27 + 18h + 3h^2 - 27}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{18h + 3h^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} 18 + 3h = 18$$

Leerdoel 9 (Theorie B – pagina 72/73):

Voorbeeld 2:

Gegeven is de functie $f(x) = 3x^2$.

Toon met behulp van een limiet aan dat $f'(x) = 6x$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h)^2 - 3 \cdot x^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 2xh + h^2) - 3x^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 3x^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} 6x + 3h = 6x$$

Leerdoel 10 (Theorie C – pagina 73):

Doel:

✓ Je kunt met behulp van de limiet de regels voor het opstellen van de afgeleiden van de volgende functies afleiden:

- $y = a$
- $y = ax$
- $y = ax^2$
- $y = ax^3$

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 48 t/m 50

Leerdoel 10 (Theorie C – pagina 73):

Voorbeeld 1:

Gegeven is de functie $f(x) = ax^2$.

Toon met behulp van een limiet aan dat $f'(x) = 2ax$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x+h)^2 - a \cdot x^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x^2 + 2xh + h^2) - ax^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{ax^2 + 2axh + ah^2 - ax^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2axh + ah^2}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} 2ax + ah = 2ax$$

Leerdoel 11 (Theorie D – pagina 74/75):

Doel:

✓ Je kunt de volgende regels voor het differentiëren toepassen:

- $f(x) = ax$ geeft $f'(x) = a$
- $f(x) = a$ geeft $f'(x) = 0$
- $f(x) = ax^n$ geeft $f'(x) = nax^{n-1}$
- $f(x) = c \cdot g(x)$ geeft $f'(x) = c \cdot g'(x)$
- $f(x) = g(x) + h(x)$ geeft $f'(x) = g'(x) + h'(x)$

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 51 t/m 54

Leerdoel 11 (Theorie D – pagina 74/75):

Algemeen:

$$f(x) = ax^2 \text{ geeft } f'(x) = 2ax$$

$$f(x) = ax \text{ geeft } f'(x) = a$$

$$f(x) = a \text{ geeft } f'(x) = 0$$

Er geldt ook:

$$f(x) = ax^3 \text{ geeft } f'(x) = 3ax^2$$

$$f(x) = ax^4 \text{ geeft } f'(x) = 4ax^3$$

En dus:

$$f(x) = ax^n \text{ geeft } f'(x) = nax^{n-1}$$

$$f(x) = c \cdot g(x) \text{ geeft } f'(x) = c \cdot g'(x)$$

$$f(x) = g(x) + h(x) \text{ geeft } f'(x) = g'(x) + h'(x)$$

[Somregel]

Je kunt de afgeleide dus vinden door het getal voor de x te vermenigvuldigen met de exponent n . De exponent van de afgeleide functie wordt $n-1$.

Leerdoel 11 (Theorie D – pagina 74/75):

Voorbeeld 2:

Bereken de afgeleide van $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$

$$f'(x) = 6x + 6$$

Voorbeeld 3:

Bereken de afgeleide van $g(x) = 7x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 2x + 1$

$$g'(x) = 35x^4 - 16x^3 + 9x^2 - 2$$

Voorbeeld 4:

Bereken de afgeleide van $h(x) = (x^6 - 3x^2)(x^3 + 5x)$

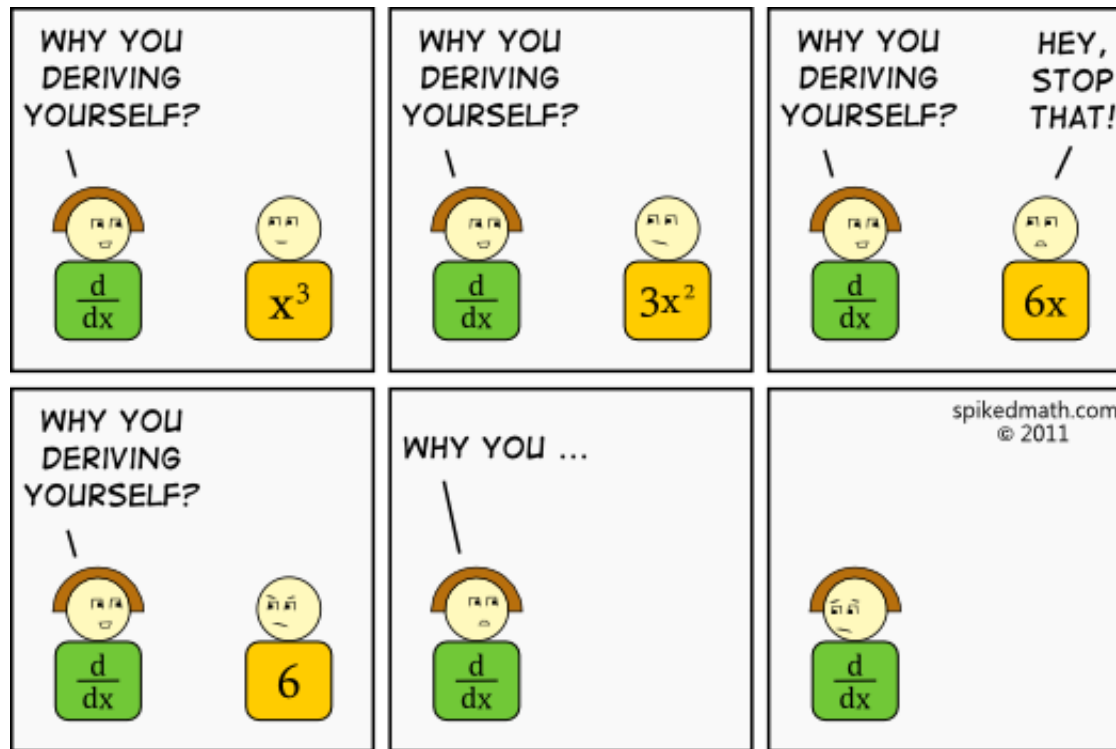
$$h(x) = x^9 + 5x^7 - 3x^5 - 15x^3$$

$$h'(x) = 9x^8 + 35x^6 - 15x^4 - 45x^2$$

Let op:

Wanneer in een opgave staat dat je de afgeleide moet berekenen met behulp van een limiet, mag je dus niet op de bovenstaande manier de afgeleide geven.

Leerdoel 11 (Theorie D – pagina 74/75):



Leerdoel 12 (Theorie A – pagina 78/79):

Doel:

Je kunt de productregel voor het differentiëren toepassen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 56

Leerdoel 12 (Theorie A – pagina 78/79):

Voorbeeld 1:

Bereken de afgeleide van $p(x) = (x + 6)(2x + x^2)$

Een manier om dit te doen is het wegwerken van de haakjes en vervolgens term voor term differentiëren.

Differentiëren kan ook met behulp van de productregel:

Productregel:

De afgeleide van $p(x) = f(x) \cdot g(x)$ bereken je met:

$$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Let op:

$p(x)$ is dus het product van de functies $f(x)$ en $g(x)$

In dit voorbeeld geldt:

$$f(x) = x + 6$$

$$g(x) = 2x + x^2$$

$$p(x) = f(x) \cdot g(x) = (x + 6) \cdot (2x + x^2)$$

Leerdoel 12 (Theorie A – pagina 78/79):

Voorbeeld 2:

Bereken de afgeleide van $p(x) = (x + 6)(2x + x^2)$

Productregel:

$$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\begin{aligned} p'(x) &= [x + 6]' \cdot (2x + x^2) + (x + 6) \cdot [2x + x^2]' \\ &= 1 \cdot (2x + x^2) + (x + 6) \cdot (2 + 2x) \\ &= 2x + x^2 + 2x + 2x^2 + 12 + 12x \\ &= 3x^2 + 16x + 12 \end{aligned}$$

Leerdoel 13 (Theorie B – pagina 79/80):

Doel:

Je kunt de quotiëntregel voor het differentiëren toepassen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 60

Leerdoel 13 (Theorie A – pagina 79/80):

Voorbeeld 1:

Bereken de afgeleide van $q(x) = \frac{5x^2 + 8x}{3x + 6}$

Differentiëren gebeurt nu met de quotiëntregel:

Quotiëntregel:

De afgeleide van $q(x) = \frac{t(x)}{n(x)}$ wordt nu:

$$q'(x) = \frac{n(x) \cdot t'(x) - t(x) \cdot n'(x)}{(n(x))^2} = \frac{nat - tan}{n^2}$$

$$q'(x) = \frac{(3x + 6) \cdot [5x^2 + 8x]' - (5x^2 + 8x) \cdot [3x + 6]'}{(3x + 6)^2}$$

$$q'(x) = \frac{(3x + 6) \cdot (10x + 8) - (5x^2 + 8x) \cdot 3}{(3x + 6)^2}$$

$$q'(x) = \frac{30x^2 + 24x + 60x + 48 - 15x^2 - 24x}{(3x + 6)^2}$$

$$q'(x) = \frac{15x^2 + 60x + 48}{(3x + 6)^2}$$

Let op:

De haakjes in de noemer mag je laten staan.

Leerdoel 14 (Theorie C – pagina 81/82):

Doel:

Je kunt met behulp van de afgeleide de raaklijn aan een functie opstellen als de x-coördinaat van het raakpunt gegeven is.

- ✓ Je gebruikt de afgeleide om de snelheid te berekenen waarmee een functie op een bepaald moment verandert.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 62 t/m 64, 66 t/m 69

Leerdoel 14 (Theorie C – pagina 81/82):

Voorbeeld 1:

Gegeven is de functie: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$

Stel **met behulp van de afgeleide** de formule op van de raaklijn l in het punt P met $x_p = 3$

Stap 1:

Bereken de afgeleide van de functie $f(x)$:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x$$

Stap 2:

Bereken de richtingscoëfficiënt in het punt P met $x_p = 3$:

$$f'(3) = 3 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 = 45$$

Hieruit volgt: $l: y = 45x + b$

Leerdoel 14 (Theorie C – pagina 81/82):

Voorbeeld 1:

Gegeven is de functie: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$

Stel **met behulp van de afgeleide** de formule op van de raaklijn l in het punt P met $x_p = 3$

Stap 3:

Bereken de y -coördinaat van het punt P :

$$y_p = f(3) = 3^3 + 3 \cdot 3^2 + 3 = 57$$

Stap 4:

Stel de vergelijking van de raaklijn l op:

$$y = 45x + b$$

$$57 = 45 \cdot 3 + b$$

$$b = -78$$

Hieruit volgt: $l: y = 45x - 78$

Leerdoel 15 (Theorie D – pagina 84/85):

Doel:

Je kunt met behulp van de afgeleide de raaklijn aan een functie opstellen als de richtingscoëfficiënt van de raaklijn gegeven is.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 70 t/m 73

Leerdoel 15 (Theorie D – pagina 84/85):

Voorbeeld 1:

Gegeven is de functie: $f(x) = x^2 + 3x + 4$

Stel de met behulp van de afgeleide de vergelijking op van de raaklijn l in punt A met r.c. = 1

Stap 1:

Stel de afgeleide van de functie $f(x)$ op:

$l: y = ax + b$ en dus $l: y = x + b$

$$f(x) = x^2 + 3x + 4$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

Stap 2:

Bereken wanneer de afgeleide gelijk is aan 1:

$$f'(x) = 1$$

$$2x + 3 = 1$$

$$2x = -2$$

$$x_A = -1$$

Leerdoel 15 (Theorie D – pagina 84/85):

Voorbeeld 1:

Gegeven is de functie: $f(x) = x^2 + 3x + 4$

Stel de met behulp van de afgeleide de vergelijking op van de raaklijn l in punt A met r.c. = 1

Stap 3:

Bepaal de y-coördinaat van het punt A :

$$y_A = f(x_A) = (-1)^2 + 3 \cdot -1 + 4 = 2$$

Stap 4:

Stel de vergelijking van de raaklijn l op:

$$l: y = x + b$$

Invullen van $A = (-1, 2)$ geeft:

$$2 = -1 + b$$

$$b = 3$$

Hieruit volgt: $l: y = x + 3$

Leerdoel 16 (Theorie E – pagina 86):

Doel:

Je kunt bij een tijd-afstandfunctie de snelheid op een bepaald tijdstip berekenen met behulp van de afgeleide.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 74 en 75

Leerdoel 16 (Theorie E – pagina 86):

Voorbeeld 1:

Gegeven is de functie: $s = 2t^2 + 4t + 6$;

s is de afstand in meters;

t is tijd in seconden;

Bereken de snelheid op tijdstip $t = 3$.

Stap 1:

Bereken de afgeleide van de functie s . De afgeleide geeft de verandering van afstand op een bepaald tijdstip weer. Dit is dus de snelheid.

$$s' = v = 4t + 4$$

Stap 2:

Bereken de snelheid op tijdstip $t = 3$:

$$v(3) = 4 \cdot 3 + 4 = 12 + 4 = 16 \text{ m/s}$$