

Voorkennis

Rekenen met machten:

- Let op het teken van de uitkomst;
- Zet de letters (indien nodig) op alfabetische volgorde.

Vermenigvuldigen is exponenten optellen:

$$a^3 \cdot a^5 = a^8$$

Optellen alleen bij gelijknamige termen:

$$3a^3 + 4a^3 = 7a^3$$

Bij macht van een macht exponenten vermenigvuldigen:

$$(a^5)^4 = a^{20}$$

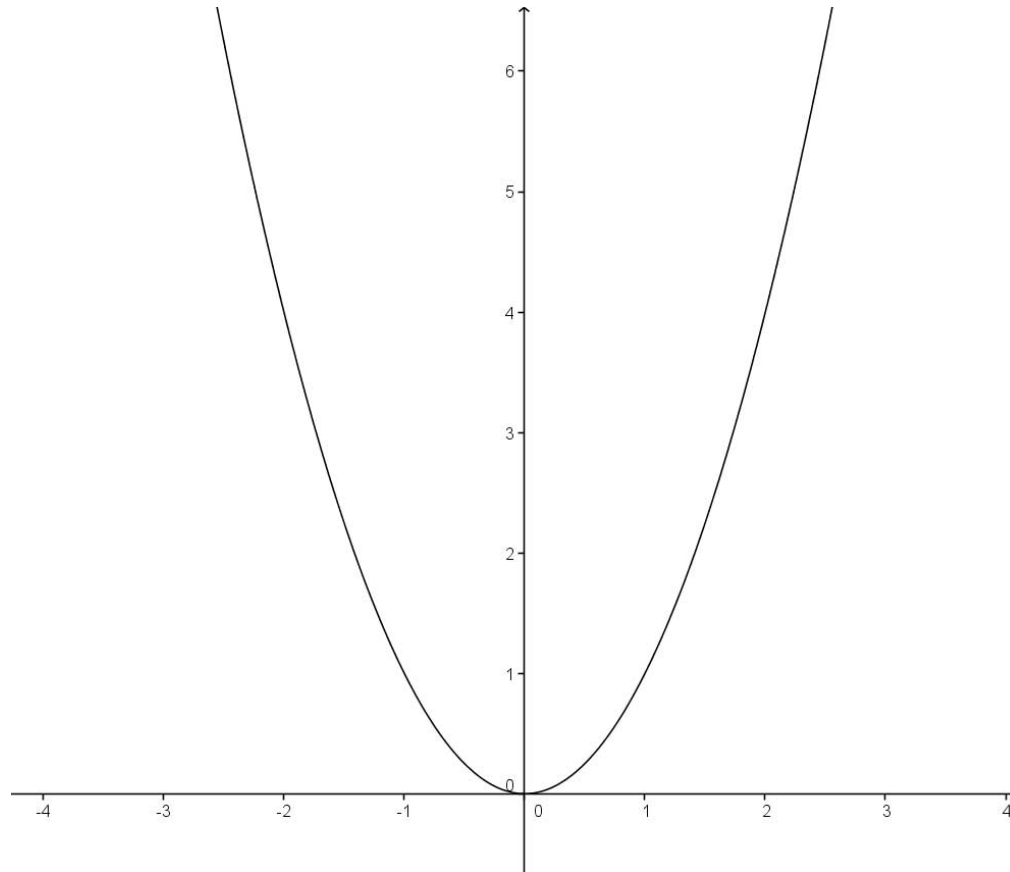
Delen is exponenten aftrekken:

$$\frac{a^8}{a^2} = a^6$$

Macht van een product:

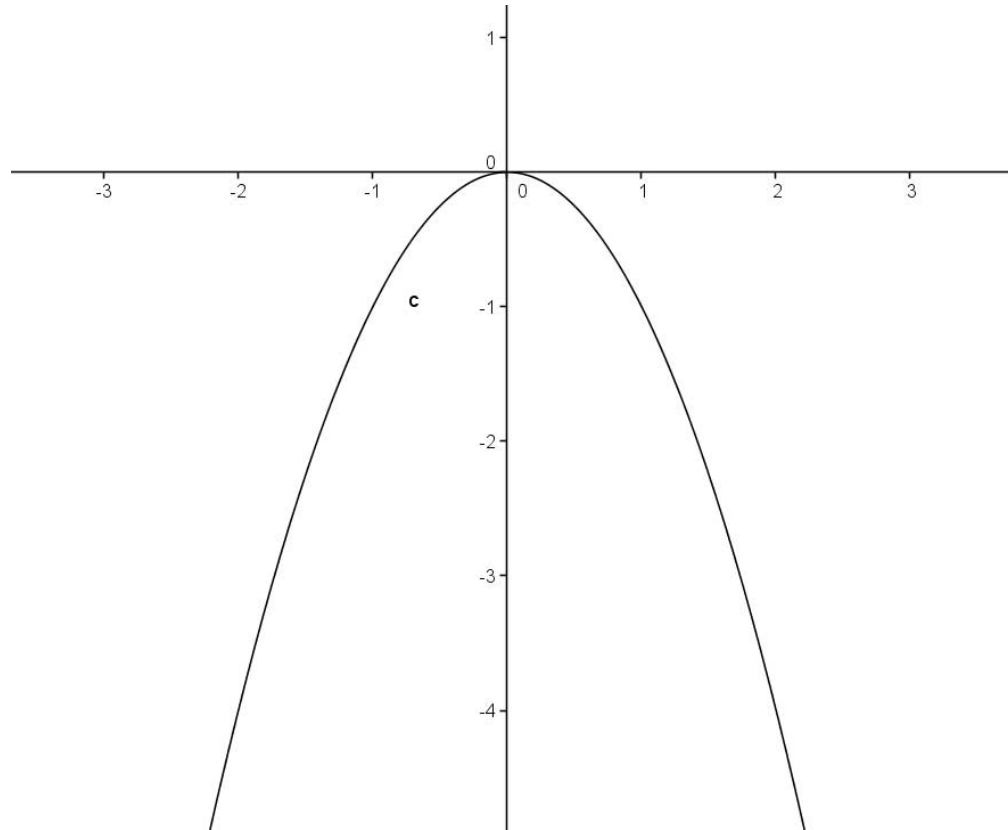
$$(2a^3)^4 = 16a^{12}$$

Voorkennis



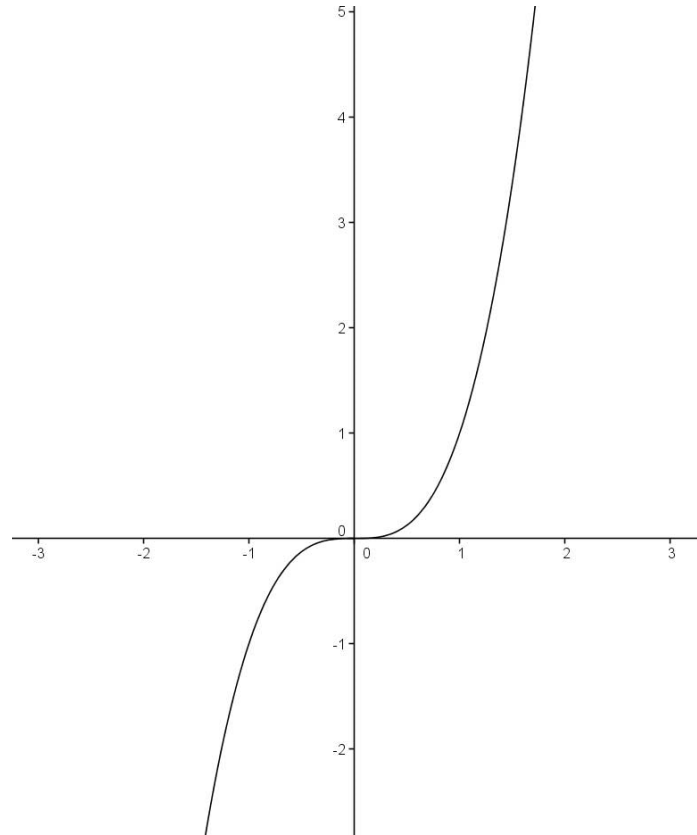
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a > 0$ en n even.
- Deze functie heeft een minimum als extreme waarde.
- Deze functie is symmetrisch in de lijn $x = 0$.

Voorkennis



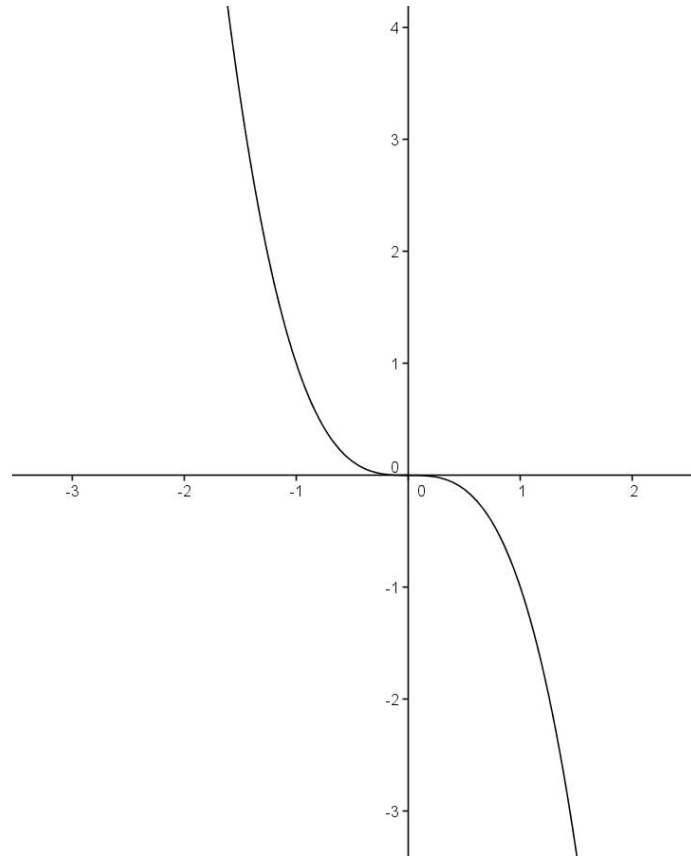
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a < 0$ en n even.
- Deze functie heeft een maximum als extreme waarde.
- Deze functie is symmetrisch in de lijn $x = 0$.

Voorkennis



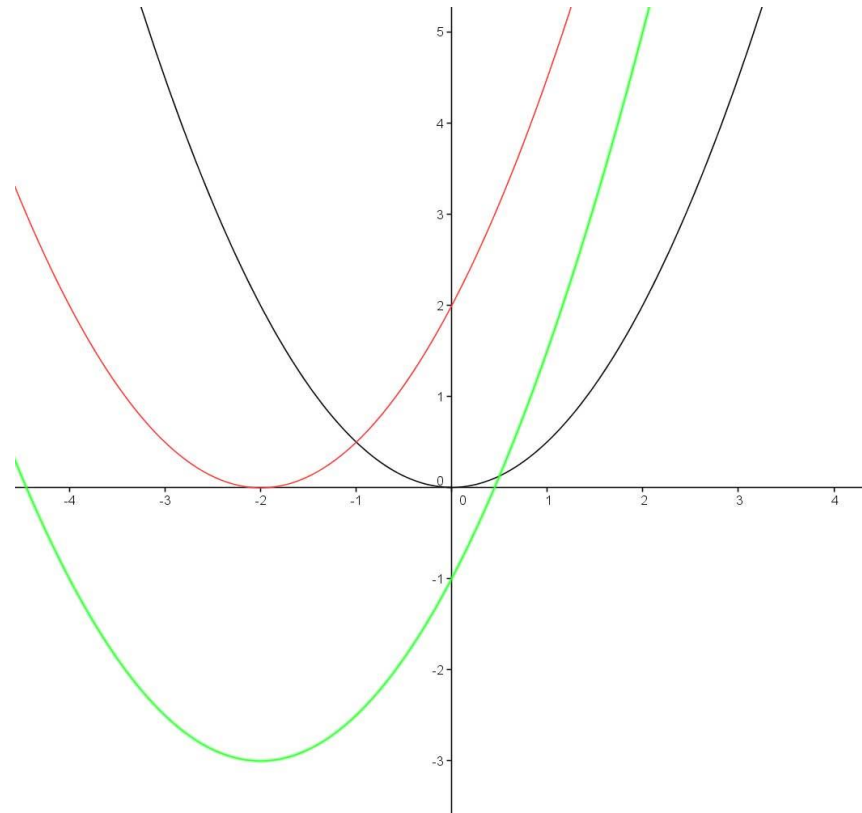
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a > 0$ en n oneven.
- Deze functie heeft geen extreme waarde maar een punt van symmetrie in $(0,0)$

Voorkennis



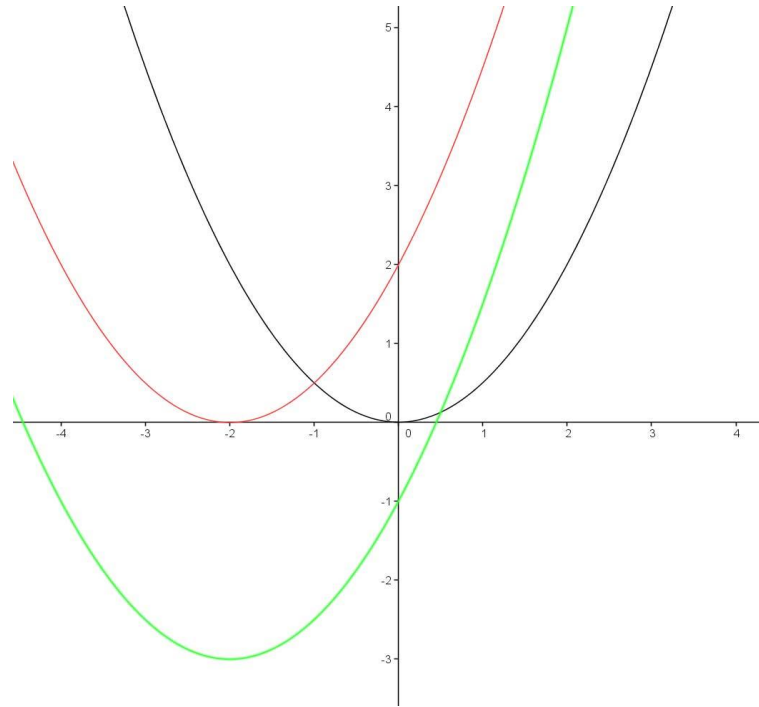
- Machtsfunctie $f(x) = ax^n$ met $a < 0$ en n oneven.
- Deze functie heeft geen extreme waarde maar een punt van symmetrie in $(0,0)$

Voorkennis



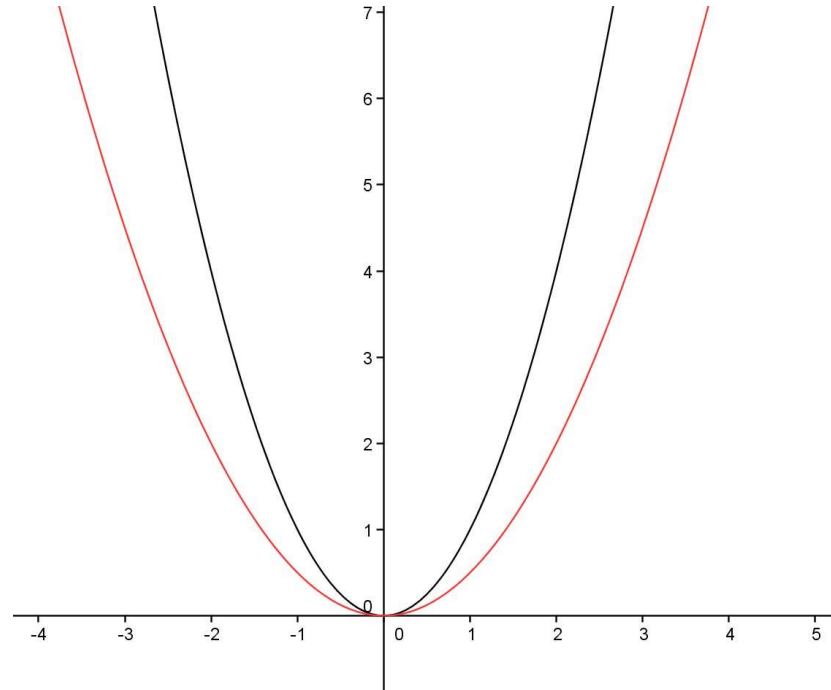
- De zwarte grafiek is $f(x) = 0,5x^2$
- De rode grafiek is $g(x) = 0,5(x+2)^2$ dus een verschuiving van $(-2,0)$ van $f(x)$
- De groene grafiek is $h(x) = 0,5(x+2)^2 - 3$ dus een verschuiving van $(0,-3)$ van $g(x)$.
- De rode en groene grafieken zijn **beeldgrafieken**.

Voorkennis



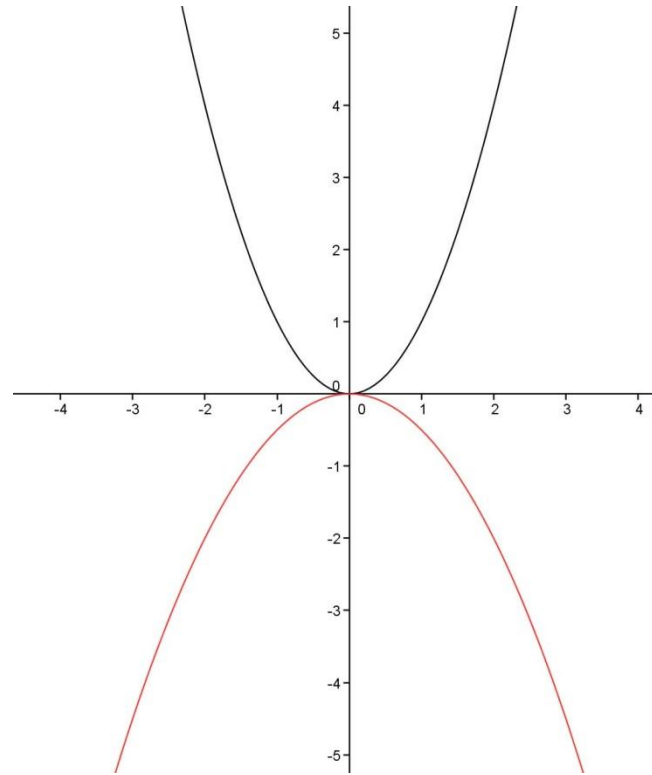
- De zwarte grafiek is $f(x) = 0,5x^2$ met minimum $(0,0)$;
- De rode grafiek is $g(x) = 0,5(x+2)^2$ dus een verschuiving van $(-2,0)$ van $f(x)$
Het minimum verschuift nu ook 2 naar links en wordt $(-2,0)$
- De groene grafiek is $h(x) = 0,5(x+2)^2 - 3$ dus een verschuiving van $(0,-3)$ van $g(x)$
Het minimum verschuift nu ook 3 naar beneden en wordt $(-2, -3)$

Voorkennis



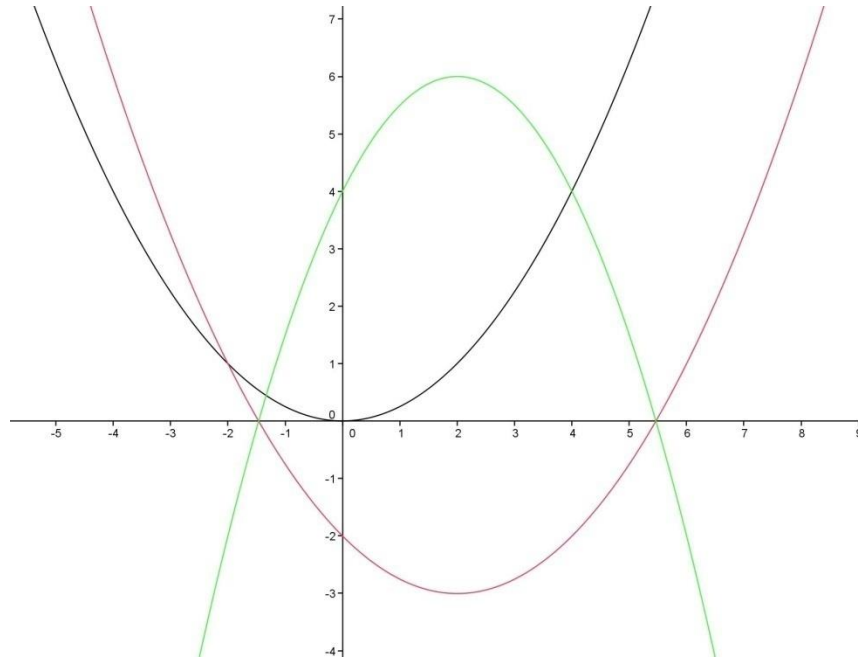
- De zwarte grafiek is $f(x) = x^2$;
- De rode grafiek is $g(x) = 0,5x^2$. Dit is de grafiek van $f(x)$ vermenigvuldigd t.o.v. de x-as met factor 0,5. Er is nu een **herschaling in verticale richting** met factor 0,5.
- Het punt (1,1) op de zwarte grafiek wordt (1; 0.5) op de rode grafiek;
- Het punt (2,4) op de zwarte grafiek wordt (2,2) op de rode grafiek.

Voorkennis



- De zwarte grafiek is $f(x) = x^2$;
- De rode grafiek is $g(x) = -0,5x^2$. Dit is de grafiek van $f(x)$ vermenigvuldigd t.o.v. de x-as met factor -0,5. Er is nu een **herschaling in verticale richting** met factor -0,5.
- Het punt (1,1) op de zwarte grafiek wordt (1; -0.5) op de rode grafiek;
- Het punt (2,4) op de zwarte grafiek wordt (2, -2) op de rode grafiek.

Voorkennis



- De zwarte grafiek is $f(x) = 0,25x^2$ met top $(0,0)$;
- De rode grafiek is $g(x) = 0,25(x-2)^2 - 3$ met top $(2, -3)$. Dit is de grafiek van $f(x)$ die 2 naar rechts en 3 naar beneden is verschoven;
- De groene grafiek is $h(x) = -2(0,25(x-2)^2 - 3) = -0,5(x-2)^2 + 6$ met top $(2, -6)$. Dit is de grafiek van $g(x)$ die vermenigvuldigd is met -2 t.o.v. de x -as.

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 13/14):

Doel:

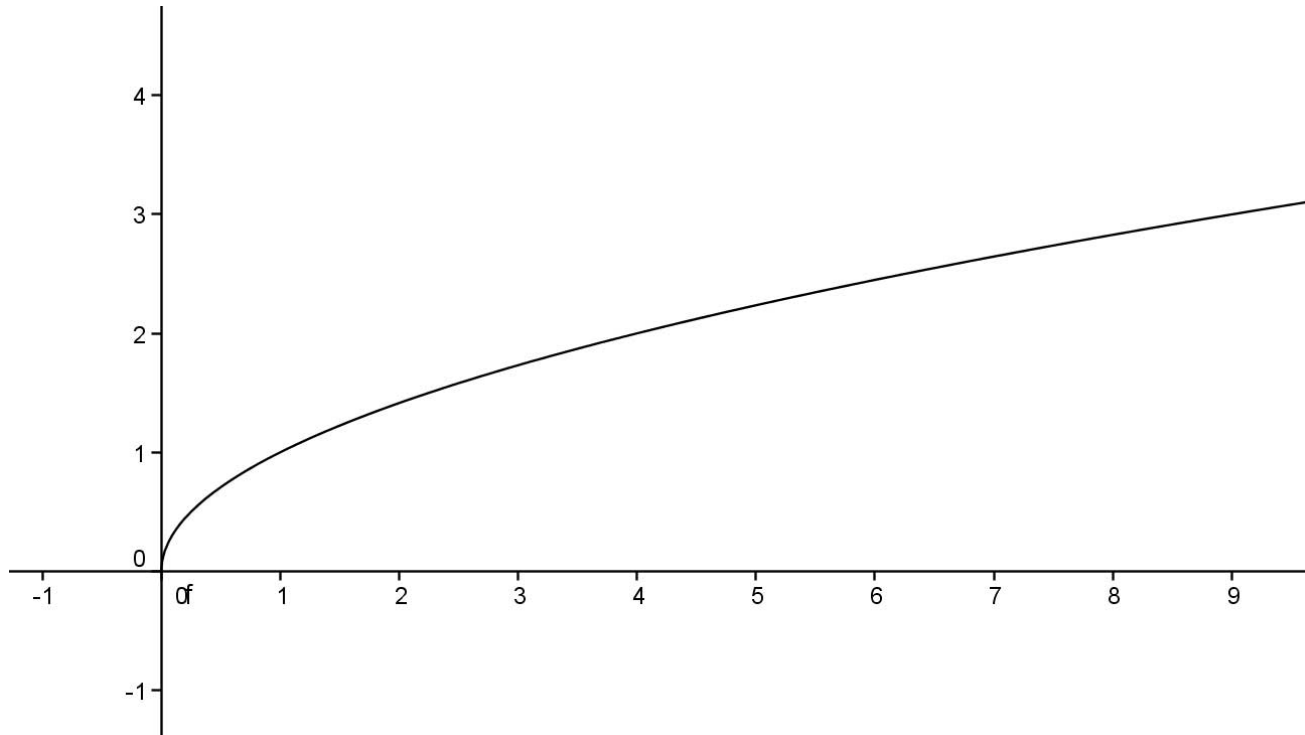
- ✓ Je weet wat een wortelfunctie is;
- ✓ Je kunt het beginpunt, domein en bereik van een wortelfunctie bepalen;
- ✓ Je kunt het effect van translaties op een wortelfunctie bepalen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 2 t/m 5

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 13/14):



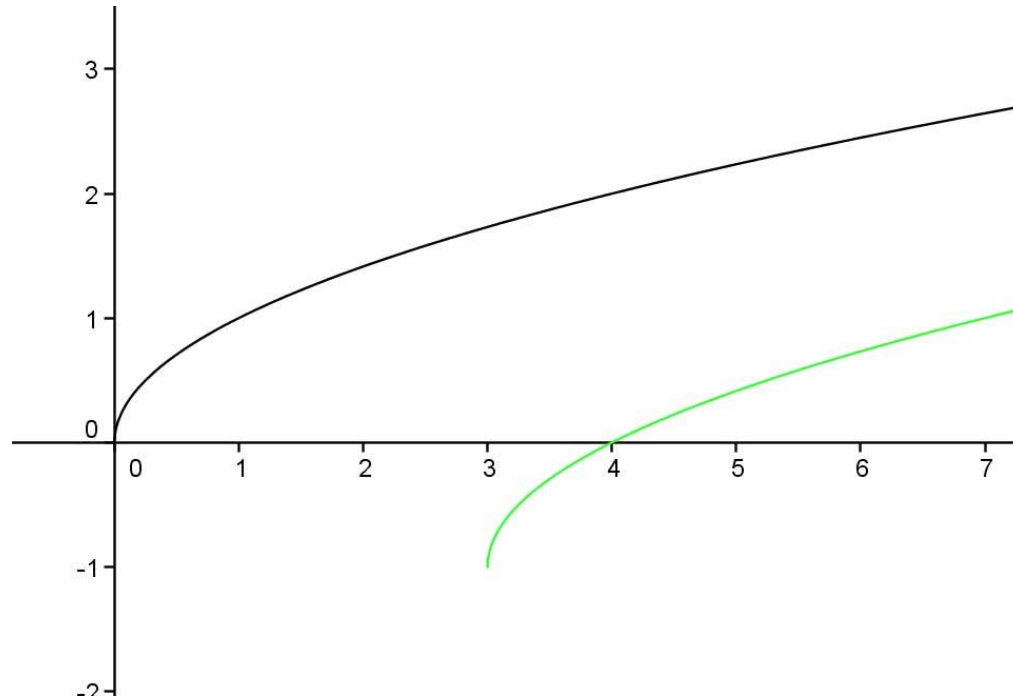
$y = \sqrt{x}$ is de standaard wortelfunctie.

$D_f = [0, \rightarrow)$, $B_f = [0, \rightarrow)$ met **beginpunt** (0,0).

Het domein zijn alle getallen die je in de functie in kunt vullen.

Het bereik zijn alle uitkomsten van de functie.

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 13/14):

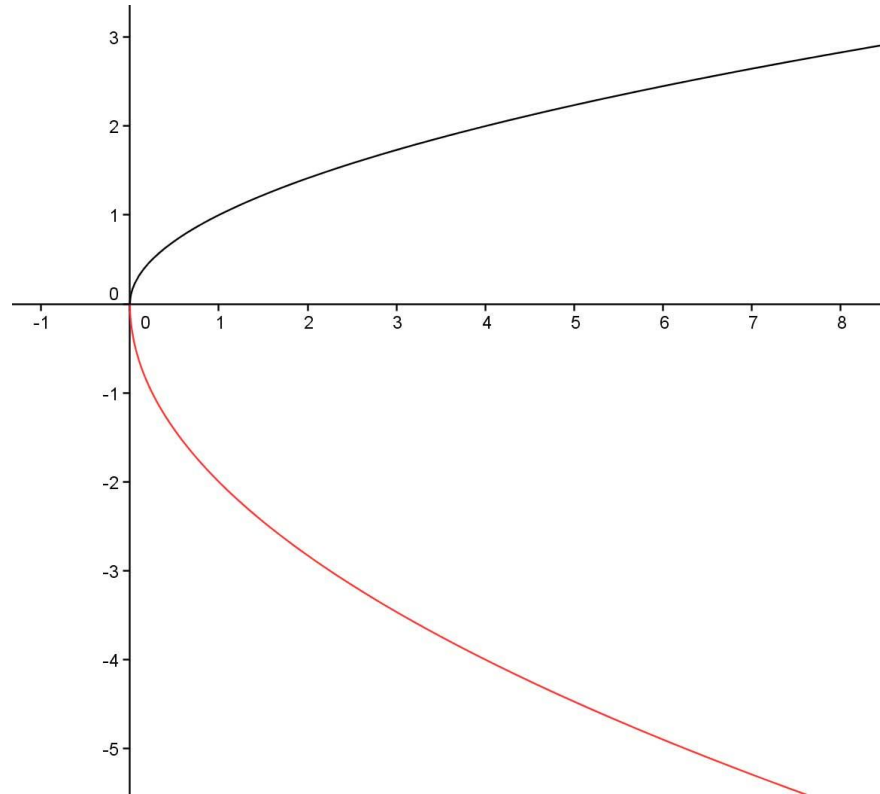


De zwarte grafiek is $f(x) = \sqrt{x}$.

De groene beeldgrafiek is $g(x) = \sqrt{x-3} - 1$. Dit is de grafiek van $f(x)$ die 3 naar rechts en 1 omlaag geschoven is.

$D_g = [3, \rightarrow)$, $B_g = [-1, \rightarrow)$ met beginpunt (3,-1).

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 13/14):



De zwarte grafiek is $f(x) = \sqrt{x}$.

De rode beeldgrafiek is $g(x) = -2\sqrt{x}$. Dit is de grafiek van $f(x)$ die vermenigvuldigd is met -2 t.o.v. de x-as

$D_g = [0, \rightarrow)$, $B_g = (\leftarrow, 0]$ met beginpunt $(0,0)$.

Leerdoel 1 (Theorie A – pagina 13/14):

Bij translaties en vermenigvuldigingen is de volgorde van belang:

Voorbeeld 1: Gegeven is de functie $y = \sqrt{x}$. Pas hierop eerst de translatie (3, 4) toe en daarna de vermenigvuldiging t.o.v. de x-as met 2.

Gegeven is: $y = \sqrt{x}$.

De translatie (3, 4) geeft: $y = \sqrt{x-3} + 4$

De vermenigvuldiging t.o.v. de x-as met 2 geeft: $y = 2(\sqrt{x-3} + 4) = 2\sqrt{x-3} + 8$

Voorbeeld 2: Gegeven is de functie $y = \sqrt{x}$. Pas hierop eerst de vermenigvuldiging t.o.v. de x-as met 2 toe en daarna de translatie (3, 4)

Gegeven is: $y = \sqrt{x}$.

De vermenigvuldiging t.o.v. de x-as met 2 geeft: $y = 2\sqrt{x}$.

De translatie (3, 4) geeft: $y = 2\sqrt{x-3} + 4$

Leerdoel 2 (Theorie B – pagina 16):

Doel:

- ✓ Je kunt de grafiek van een wortelfunctie tekenen;
- ✓ Je kunt algebraïsch uitrekenen wanneer een wortelfunctie groter of kleiner dan een bepaalde waarde is;
- ✓ Je kunt uitrekenen welke waarden een wortelfunctie aanneemt op een bepaald domein.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 7, 8, 10, 12, 13

Leerdoel 2 (Theorie B – pagina 16):

Voorbeeld:

Teken de grafiek van de functie $f(x) = -3 + \sqrt{5 - 4x}$

Stap 1:

Bepaal het Domein van de functie $f(x)$. De uitdrukking onder de wortel moet altijd nul of groter zijn.

$$5 - 4x \geq 0$$

$$-4x \geq -5$$

$$x \leq 1\frac{1}{4}$$

$$D_f = \left(\leftarrow; 1\frac{1}{4}\right]$$

Stap 2:

Bepaal het beginpunt van de functie $f(x)$.

$$f\left(1\frac{1}{4}\right) = -3 \quad \text{dus } \left(1\frac{1}{4}, -3\right)$$

Leerdoel 2 (Theorie B – pagina 16):

Voorbeeld:

Teken de grafiek van de functie $f(x) = -3 + \sqrt{5 - 4x}$

Stap 3:

Stel een tabel op met een aantal waarden van de functie $f(x)$.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	1,25
y	2	1,6	1,1	0,6	0	-0,8	-2	-3

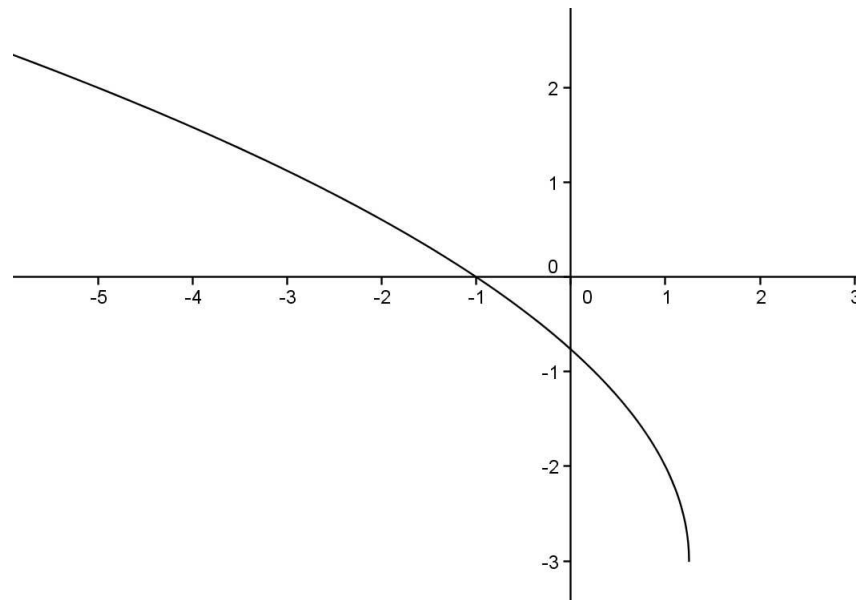
Stap 4:

Geef het bereik
van de functie $f(x)$:

$$B_f = [-3, \rightarrow)$$

Stap 5:

Teken de grafiek.



Leerdoel 2 (Theorie B – pagina 16):

Voorbeeld:

Los exact op $f(x) = -3 + \sqrt{5 - 4x} \leq -1$

Stap 1:

Los de gelijkheid $-3 + \sqrt{5 - 4x} = -1$ op

$$-3 + \sqrt{5 - 4x} = -1$$

$$\sqrt{5 - 4x} = 2$$

$$5 - 4x = 4$$

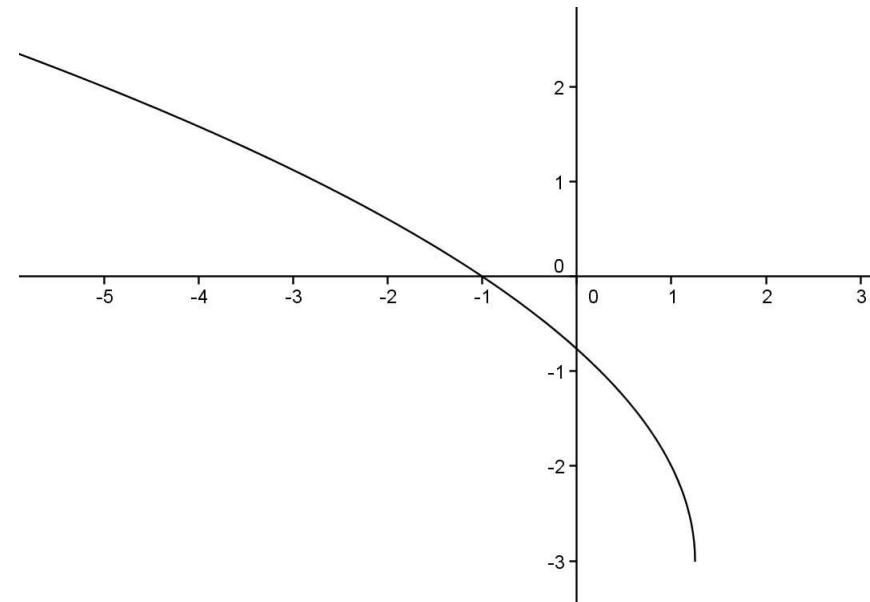
$$-4x = -1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Stap 2:

Teken een schets:

$$f(x) \leq -1 \text{ als } \frac{1}{4} \leq x \leq 1\frac{1}{4}$$



Leerdoel 3 (Theorie C – pagina 18):

Doel:

✓ Je kunt bij een wortelformule de variabele vrijmaken.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 15, 16

Leerdoel 3 (Theorie C – pagina 18):

Voorbeeld:

Los op: $2\sqrt{3x-9} + 12 = 24$

$$2\sqrt{3x-9} + 12 = 24$$

$$2\sqrt{3x-9} = 12$$

$$\sqrt{3x-9} = 6$$

$$3x - 9 = 36$$

$$3x = 45$$

$$x = 15$$

o.k.

Let op:

- Neem pas het kwadraat als “links” enkel een wortel staat;
- Controleer bij wortelvergelijkingen altijd de oplossing(en).

Leerdoel 4 (Theorie D – pagina 20):

Doel:

- ✓ Je weet wat een gebroken functie is;
- ✓ Je kunt de limiet van een gebroken functie bepalen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 18, 19

Leerdoel 4 (Theorie D – pagina 20):

- Dit is de standaard **gebroken functie**;
- De grafiek heet een **hyperbool**;
- De grafiek bestaat uit twee losse delen (de **takken van de hyperbool**)
- De functie heeft een **verticale** ($x = 0$) en **horizontale** ($y = 0$) asymptoot;

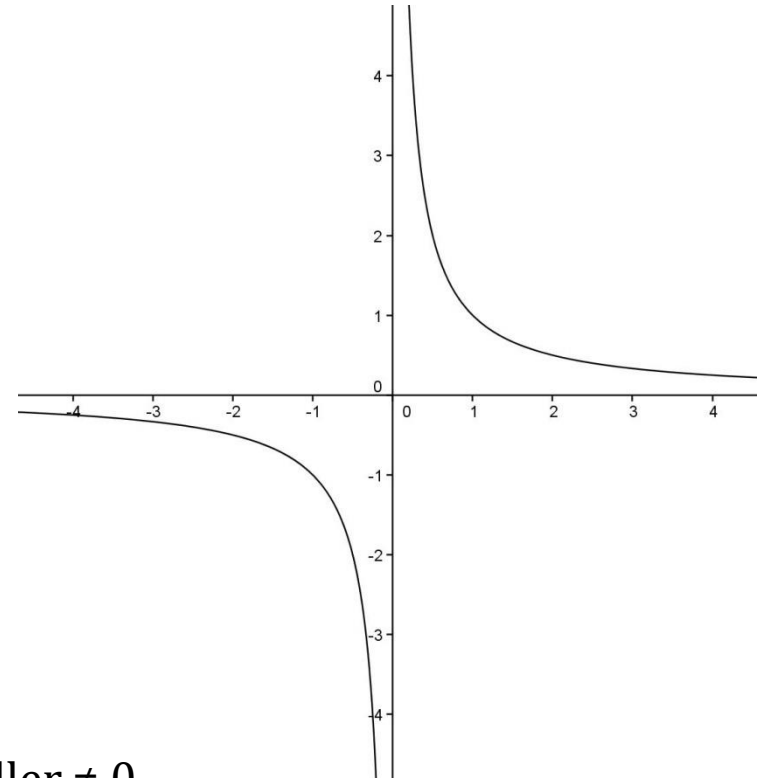
Horizontale asymptoot: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

(Als x heel groot wordt nadert de standaard gebroken functie tot 0)

Verticale asymptoot: Noemer = 0 en teller $\neq 0$.

Algemeen:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(a \cdot \frac{1}{x} \right) = a \cdot 0 = 0$$



Leerdoel 4 (Theorie D – pagina 20):

Algemeen:

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$ betekent $f(x)$ kan onbeperkt tot b naderen door x maar

groot genoeg te nemen.

Voorbeeld 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{3-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{\frac{3}{x} - 1} = \frac{2+0}{0-1} = -2$$

Voorbeeld 2:

$|4-x| = 4-x$ als $4-x \geq 0$ ofwel $x \leq 4$.

$|4-x| = -(4-x)$ als $4-x < 0$ ofwel $x > 4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-1}{|4-x|} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-1}{-(4-x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-1}{-4+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{1}{x}}{\frac{-4}{x} + 1} = \frac{5-0}{0+1} = 5$$

Leerdoel 5 (Theorie E – pagina 22/23):

Doel:

- ✓ Je kunt de grafiek van een gebroken functie tekenen;
- ✓ Je kunt met behulp van een limiet de asymptoten van een gebroken functie bepalen;

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 21 t/m 25

Leerdoel 5 (Theorie E – pagina 22/23):

Algemeen:

Als $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ of als $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$ dan is de lijn $y = b$

de horizontale asymptoot van de grafiek van f .

Voorbeeld 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{3-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{\frac{3}{x}-1} = \frac{2+0}{0-1} = -2$$

De horizontale asymptoot van bovenstaande grafiek is de lijn $y = 2$.

Leerdoel 5 (Theorie E – pagina 22/23):

Voorbeeld 2:

Gegeven is de functie $g(x) = \frac{|4x - 1|}{x + 1}$

$$|4x - 1| = 4x - 1 \text{ als } 4x - 1 \geq 0 \text{ ofwel } x \geq \frac{1}{4}$$

$$|4x - 1| = -(4x - 1) \text{ als } 4x - 1 < 0 \text{ ofwel } x < \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{4 - 0}{1 + 0} = 4$$

Voor $x \rightarrow \infty$ nadert de grafiek de horizontale asymptoot $y = 4$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{-4 + 0}{1 + 0} = -4$$

Voor $x \rightarrow -\infty$ nadert de grafiek de horizontale asymptoot $y = -4$

Leerdoel 5 (Theorie E – pagina 22/23):

Voorbeeld:

Teken de grafiek van $f(x) = \frac{4}{x+3} - 5$

Stap 1:

Bereken de verticale asymptoot door de noemer gelijk te stellen aan 0.

$$x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

Stap 2:

Bereken de horizontale asymptoot met behulp van $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{x+3} - 5 \right) = 0 - 5 = -5$$

Stap 3:

Maak een tabel:

x	-5	-4	-2	-1	0
y	-7	-9	-1	-3	-3,67

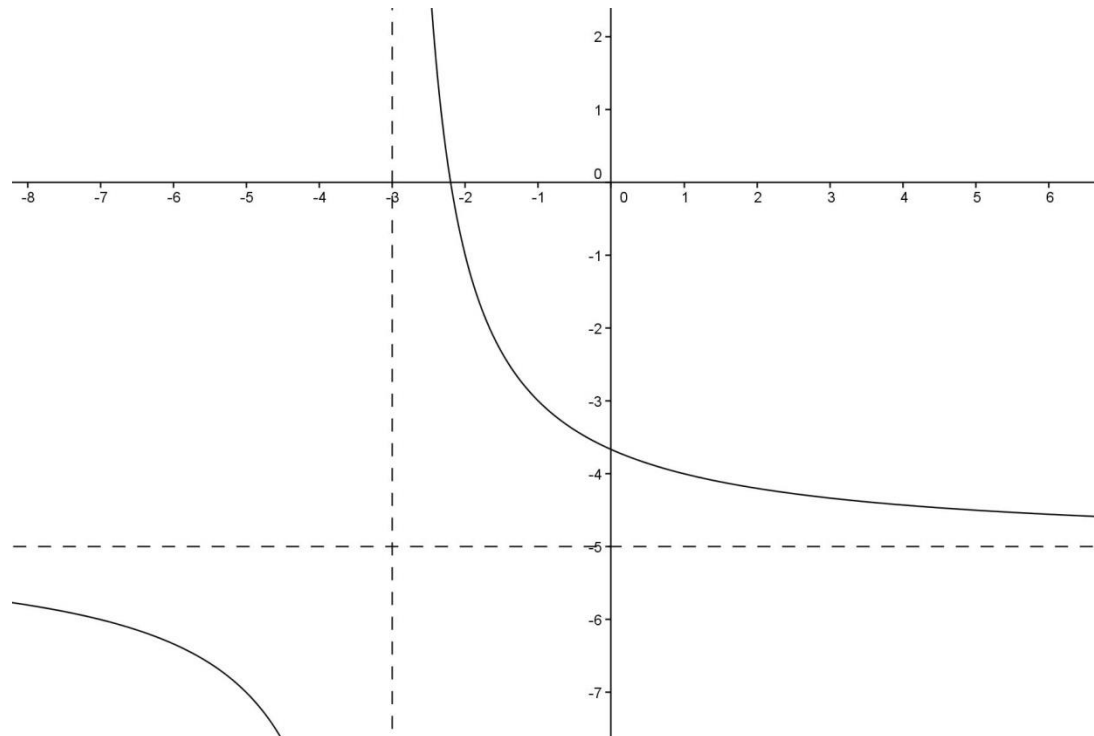
Leerdoel 5 (Theorie E – pagina 22/23):

Voorbeeld:

Teken de grafiek van $f(x) = \frac{4}{x+3} - 5$

Stap 4:

Teken de grafiek. Geef hierin de asymptoten als stippellijnen aan.



Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 27/28):

Doel:

✓ Je weet wanneer je de volgende rekenregels voor machten moet gebruiken:

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 28 t/m 30

Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 27/28):

Herhaling rekenregels voor machten:

Vermenigvuldigen is exponenten optellen:

$$a^3 \cdot a^5 = a^8$$

Optellen alleen bij gelijknamige termen:

$$3a^3 + 4a^3 = 7a^3$$

Bij macht van een macht exponenten vermenigvuldigen:

$$(a^5)^4 = a^{20}$$

Delen is exponenten aftrekken:

$$\frac{a^8}{a^2} = a^6$$

Macht van een product:

$$(2a^3)^4 = 16a^{12}$$

Algemeen:

$$1) a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$2) \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$3) (a^p)^q = a^{pq}$$

$$4) (ab)^p = a^p b^p$$

Leerdoel 6 (Theorie A – pagina 27/28):

Meer rekenregels:

$$5) a^0 = 1$$

$$\text{want } \frac{a^6}{a^6} = a^{6-6} = a^0 = 1$$

$$6) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{want } \frac{a^2}{a^7} = \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^5} = a^{-5}$$

Voorbeeld 1:

Schrijf als macht van a:

$$\frac{1}{a^8} : a^{-3} = a^{-8} : a^{-3} = a^{-8-(-3)} = a^{-5}$$

Voorbeeld 2:

Schrijf zonder negatieve exponenten:

$$\left(\frac{3}{7}a\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{7}a\right)^3} = \frac{1}{\frac{27}{243}a^3} \cdot \frac{243}{243} = \frac{243}{27a^3}$$

Leerdoel 7 (Theorie B – pagina 29):

Doel:

✓ Je kunt formules met machten herleiden tot de vorm: $y = ax^n$

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 32

Leerdoel 7 (Theorie B – pagina 29):

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q} [1] \quad \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} [2]$$

$$(a^p)^q = a^{pq} [3] \quad (ab)^p = a^p b^p [4]$$

$$a^0 = 1 \quad \text{als } a \neq 0 [5] \quad a^{-p} = \frac{1}{a^p} [6]$$

Voorbeeld:

Herleid de formule tot de vorm

$$T = ax^p$$

$$T = (2x^{-0,6})^4 \cdot 3x^{1,7} =$$

Rekenregel [4]

$$T = 16x^{-2,4} \cdot 3x^{1,7} =$$

$$T = 48x^{-0,7}$$

Rekenregel [1]

Leerdoel 8 (Theorie C – pagina 30):

Doel:

✓ Je weet wanneer je de volgende rekenregels voor machten moet gebruiken:

$$a^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a}$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 34, 36, 37, 38 en 39

Leerdoel 8 (Theorie C – pagina 30):

Meer rekenregels:

$$7) a^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a}$$

$$8) a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

$$\text{want } \left(\sqrt[q]{a}\right)^q = \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^q = a^{\frac{1}{q} \cdot q} = a^1 = a$$

Voorbeeld 1:

Schrijf zonder negatieve en gebroken exponenten:

$$6a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{3}{4}} = \frac{6a^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{3}{4}}} = \frac{6\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{b^3}}$$

Voorbeeld 2:

Schrijf als macht van x:

$$a^2 \cdot \sqrt[5]{a^2} = a^2 \cdot a^{\frac{2}{5}} = a^{2\frac{2}{5}}$$

Leerdoel 9 (Theorie D – pagina 32/33):

Doel:

✓ Je kunt vergelijkingen met gebroken exponenten algebraïsch oplossen.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 41

Leerdoel 9 (Theorie D – pagina 32/33):

Voorbeeld 1:

$$x^{1,60} = 9$$

$$\left(x^{1,60}\right)^{\frac{1}{1,60}} = 9^{\frac{1}{1,60}}$$

$$x = 9^{\frac{1}{1,60}} \approx 3,95$$

Links en rechts tot de macht $\frac{1}{1,60}$

Voorbeeld 2:

$$5x^{1,65} - 9 = 30$$

$$5x^{1,65} = 39$$

$$x^{1,65} = \frac{39}{5}$$

$$x = \left(\frac{39}{5}\right)^{\frac{1}{1,65}} \approx 3,47$$

Links en rechts tot de macht $\frac{1}{1,65}$

Let op: Voor $c > 0$ en $x > 0$ geldt $x^p = c$ geeft $x = c^{\frac{1}{p}}$

Als de exponent een niet-geheel getal is, geef je enkel de positieve oplossing van x .

Leerdoel 10 (Theorie E – pagina 33/34):

Doel:

✓ Je kunt bij formules van de vorm $y = ax^n$ de variabele vrijmaken.

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 43 t/m 47

Leerdoel 10 (Theorie E – pagina 33/34):

Voorbeeld 1:

Schrijf $y = 3x^{2,3}$ in de vorm $x = ay^n$.

$$3x^{2,3} = y$$

Delen door het getal voor x.

$$x^{2,3} = \frac{1}{3}y$$

Gebruik: $x^n = a \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$$x = \left(\frac{1}{3}y\right)^{\frac{1}{2,3}}$$

$$x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2,3}} (y)^{\frac{1}{2,3}}$$

Gebruik: $(ab)^p = a^p b^p$ [4]

$$x = 0,62y^{0,43}$$

Leerdoel 10 (Theorie E – pagina 33/34):

Voorbeeld 2:

Schrijf $y = 0,5 \cdot \sqrt[3]{x} - 7$ in de vorm $x = \dots$

$$0,5 \cdot \sqrt[3]{x} - 7 = y$$

$$0,5 \cdot \sqrt[3]{x} = y + 7$$

$$\sqrt[3]{x} = 2y + 14$$

$$x = (2y + 14)^3$$

Losse getallen naar rechts

Delen door het getal voor de wortel

Links en rechts tot de macht 3 nemen.

Leerdoel 11 (Theorie A – pagina 36/38):

Doel:

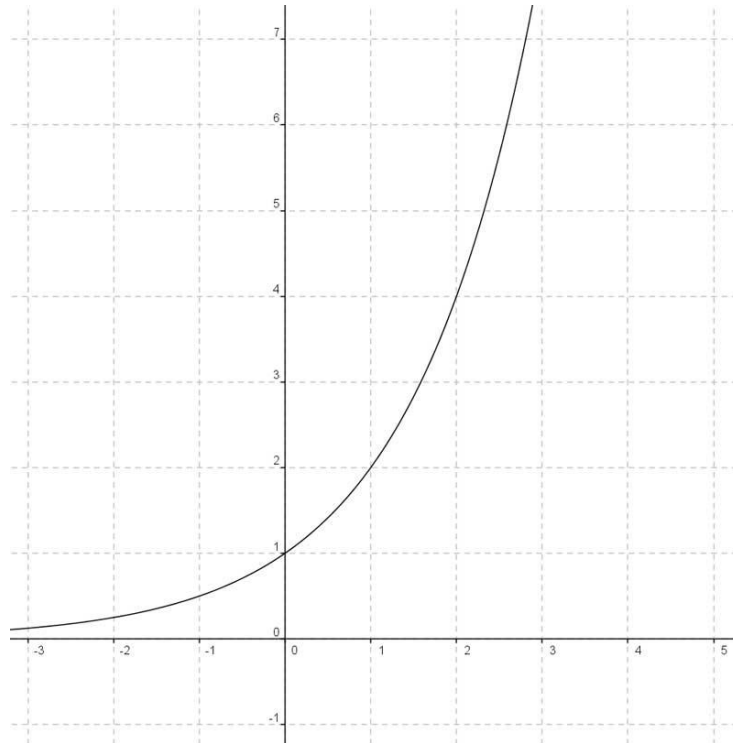
- ✓ Je weet wat een exponentiële functie is;
- ✓ Je kunt van een exponentiële functie het domein, bereik en de horizontale asymptoot bepalen;
- ✓ Je kunt translaties en een vermenigvuldiging t.o.v. de x-as toepassen op een exponentiële functie.

Uitleg theorie

Oefenen met:

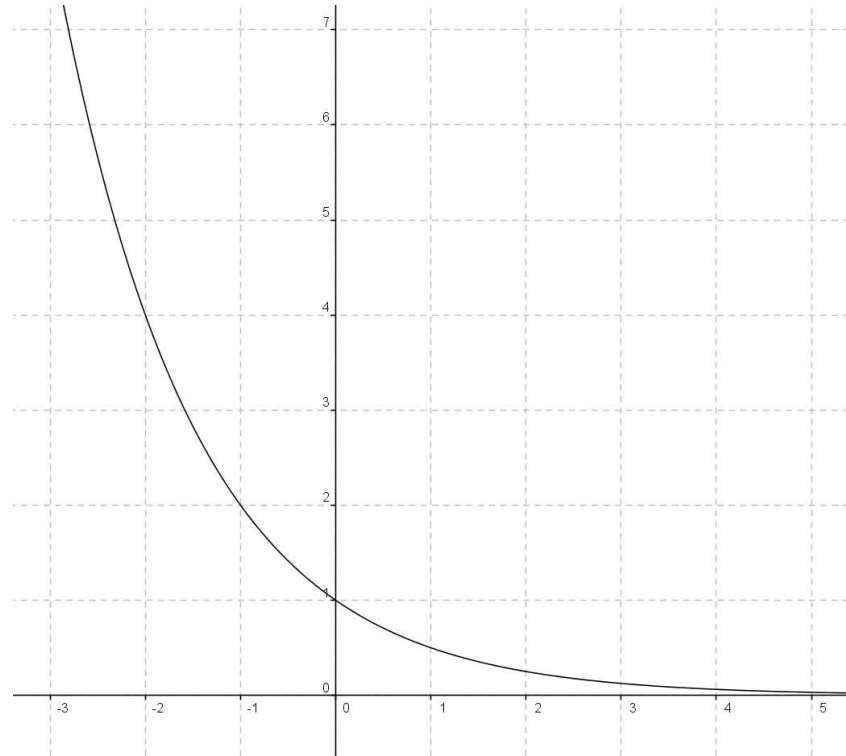
Opgave 49, 51

Leerdoel 11 (Theorie A – pagina 36/38):



- In de grafiek is de **exponentiële standaardfunctie** $f(x) = 2^x$ getekend;
- $D_f = \mathbb{R}$, $B_f = (0, \rightarrow)$ met de x-as als asymptoot (Dit volgt uit: $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0$);
- Elke functie g^x met $g > 1$ heeft deze vorm;
- Voor $g > 1$ is $\lim_{x \rightarrow -\infty} g^x = 0$

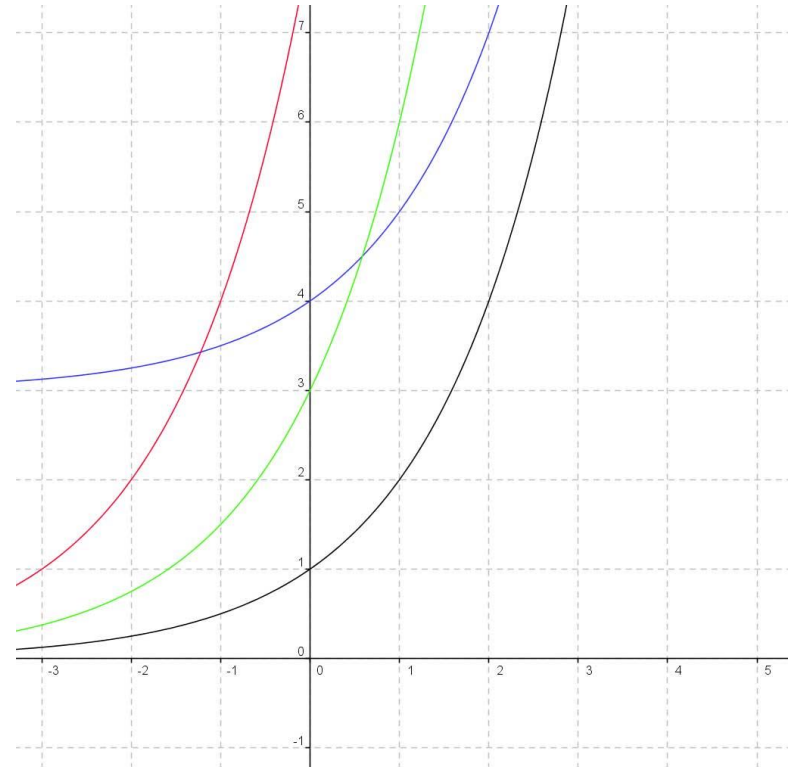
Leerdoel 11 (Theorie A – pagina 36/38):



- In de grafiek is de **exponentiële standaardfunctie** $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ getekend;
- $D_f = \mathbb{R}$, $B_f = (0, \rightarrow)$ met de x-as als asymptoot. (Dit volgt uit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$);
- Elke functie g^x met $0 < g < 1$ heeft deze vorm;
- Voor $0 < g < 1$ is $\lim_{x \rightarrow \infty} g^x = 0$

Leerdoel 11 (Theorie A – pagina 36/38):

- De zwarte grafiek is $f(x) = 2^x$
- De blauwe grafiek is $g(x) = 2^x + 3$
dus een translatie $(0,3)$ van $f(x)$.
De horizontale asymptoot is $y = 3$
met bereik $B_f = (3, \rightarrow)$
- De rode grafiek is $h(x) = 2^{x+3}$
dus een translatie $(-3,0)$ van $f(x)$.
De horizontale asymptoot is $y = 0$
met bereik $B_f = (0, \rightarrow)$
- De groene grafiek is $k(x) = 3 \cdot 2^x$
dus een verm. t.o.v. de x-as met 3 van $f(x)$.
De horizontale asymptoot is $y = 0$
met bereik $B_f = (0, \rightarrow)$



Leerdoel 11 (Theorie A – pagina 36/38):

Voorbeeld:

Bereken van de grafiek van $f(x) = 100 - 15 \cdot 2,1^{x+1}$ de formule van de horizontale asymptoot.

Stap 1:

Herschrijf de functie:

$$\begin{aligned} f(x) &= 100 - 15 \cdot 2,1^{x+1} \\ &= 100 - 15 \cdot 2,1^x \cdot 2,1 \\ &= 100 - 31,5 \cdot 2,1^x \end{aligned}$$

Stap 2:

Bereken de horizontale asymptoot:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 100 - 31,5 \cdot 0 = 100$$

De horizontale asymptoot is de lijn $y = 100$.

Leerdoel 12 (Theorie B – pagina 39):

Doel:

✓ Je kunt exponentiële ongelijkheden oplossen

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 53, 54, 55

Leerdoel 12 (Theorie B – pagina 39):

Voorbeeld 1:

Gegeven is functie $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} - 1$

Welke waarden neemt $f(x)$ aan voor $x \geq 1$?

Stap 1:

Stel de formule van de horizontale asymptoot op:

$$f(1) = 0,5$$

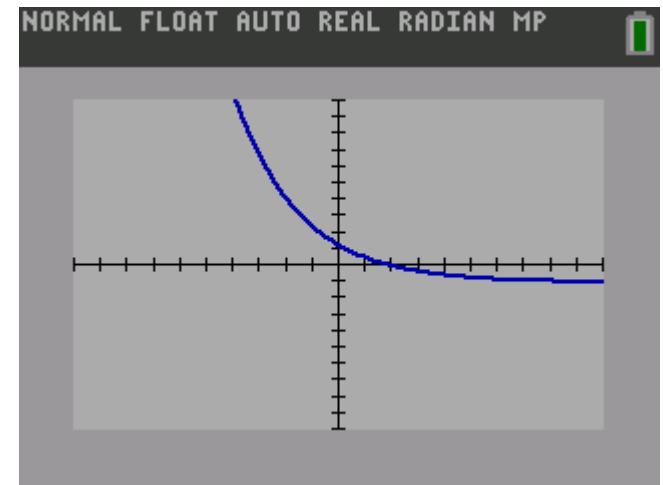
Er geldt: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} - 1 \right) = 0 - 1 = -1$

Dit geeft de **horizontale asymptoot $y = -1$**

Stap 2:

Maak een schets van de grafiek met behulp van je GR. Lees hier het antwoord uit af en let op de horizontale asymptoot.

Voor $x \geq 1$ geldt $-1 < f(x) \leq 0,5$



Leerdoel 13 (Theorie C – pagina 40/41):

Doel:

✓ Je kunt exponentiële vergelijkingen algebraïsch oplossen

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 57, 58, 60, 61, 62

Leerdoel 13 (Theorie C – pagina 40/41):

Voorbeeld 1:

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 7 = 55$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 48$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$$

$$(2^{-1})^x = 2^4$$

$$2^{-x} = 2^4$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$

Zorg dat alle “losse getallen” rechts komen te staan.

Zorg dat links alleen nog maar een macht staat.

Schrijf de vergelijking in de vorm $g^A = g^B$

Je kunt de grondtallen nu “wegstrepen”

Leerdoel 13 (Theorie C – pagina 40/41):

Voorbeeld 2:

$$4^{x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1}$$

$$(2^2)^{x-1} = (2^{-1})^{3x-1}$$

$$2^{2x-2} = 2^{-3x+1}$$

$$2x - 2 = -3x + 1$$

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

Zorg dat links en rechts hetzelfde grondtal komt te staan.

Gebruik de rekenregels voor machten

Je kunt de grondtallen nu “wegstrepen”

Leerdoel 14 (Theorie D – pagina 42):

Doel:

✓ Je kunt exponentiële vergelijkingen algebraïsch oplossen

Uitleg theorie

Oefenen met:

Opgave 64, 65, 66

Leerdoel 14 (Theorie D – pagina 42):

Voorbeeld:

$$2^{x+2} - 2^x = 24$$

$$2^x \cdot 2^2 - 2^x = 24$$

$$4 \cdot 2^x - 2^x = 24$$

$$3 \cdot 2^x = 24$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

Zorg dat er links slechts één macht komt te staan.
Gebruik hierbij de rekenregels voor machten.

Zorg dat links alleen nog maar een macht staat.

Schrijf de vergelijking in de vorm $g^A = g^B$

Je kunt de grondtallen nu “wegstrepen”

5.4 Exponentiële groei [1]

Voorbeeld (Exponentiële groei)

t	0	1	2	3	4
N	100	150	225	337,5	506,25

- De hoeveelheid N neemt per tijdseenheid met hetzelfde **percentage** toe.
- Bovenstaande tabel geeft de formule $N = 100 \cdot 1,5^t$ met 100 als beginwaarde en 1,5 als **groefactor** per tijdseenheid.
- Bij een gelijke procentuele afname per tijdseenheid is er ook exponentiële groei (ook **exponentiële afname** of **exponentieel verval** genoemd);
- Bij een groefactor groter dan 1 is de grafiek stijgend;
- Bij een groefactor tussen 0 en 1 is de grafiek dalend;
- Bij exponentiële groei is de formule altijd $N = b \cdot g^t$ met b als beginwaarde en g als groefactor per tijdseenheid.

5.4 Exponentiële groei [1]

Voorbeeld (Exponentiële groei)

t	0	1	2	3	4
N	100	150	225	337,5	506,25

- In dit voorbeeld is het groeipercentage 50%
- In dit voorbeeld is de groeifactor 1,5
- $\text{Groeifactor} = 1 + \frac{50}{100} \quad (= 1 + \frac{\text{groeipercentage}}{100})$
- $\text{Groeipercentage} = (1,5 - 1) \cdot 100\% \quad (= \text{groeifactor} - 1) \cdot 100\%$

5.4 Exponentiële groei [2]

Voorbeeld 1 (Exponentiële groei)

t (uur)	0	1	2	3	4
N	100	150	225	337,5	506,25

- De groeifactor per uur is 1,5 want:
 $N_1 = 1,5 \cdot N_0 = 1,5 \cdot 100 = 150$
- De groeifactor per twee uur is $1,5 \cdot 1,5 = 1,5^2$ want:
 $N_2 = 1,5^2 \cdot N_0 = 1,5^2 \cdot 100 = 225$
- De groeifactor per drie uur is $1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 1,5^3$ want:
 $N_3 = 1,5^3 \cdot N_0 = 1,5^3 \cdot 100 = 337,5$
- De groeifactor per t uur is nu dus $1,5^t$ want
 $N_t = 1,5^t \cdot N_0$

5.4 Exponentiële groei [2]

Voorbeeld 2:

Een hoeveelheid neemt per dag met 23% toe.

- De groeifactor per dag (g) is 1,23
- De groeifactor toename per week (g_{week}) is $g^7 = 1,23^7 = 4,26$
- Per week neemt de hoeveelheid met $(4,26 - 1) \cdot 100\% = 326\%$ toe
- De groeifactor per dag (g) is 1,23
- De groeifactor per 6 uur (g_{6uur}) is $g^{1/4} = 1,23^{1/4} = 1,05$
- Per zes uur neemt de hoeveelheid met $(1,05 - 1) \cdot 100\% = 5\%$ toe

Let op:

Bij exponentiële groei gebruik je voor het omzetten van een groeipercentage naar een andere tijdseenheid groeifactoren.

5.4 Exponentiële groei [3]

Voorbeeld:

De hoeveelheid bacteriën groeit exponentieel. Op tijdstip $t = 5$ zijn er 2.000 bacteriën. Op tijdstip $t = 12$ zijn er 7.000 bacteriën.

Stel de formule op van het aantal bacteriën N om t uur.

Stap 1:

Bij een exponentieel verband hoort de formule:

$N = b \cdot g^t$ met b = beginhoeveelheid en t = tijd

Stap 2:

Bereken de groeifactor van $t = 5$ tot $t = 12$ ($g_{7\text{uur}}$)

$$g_{7\text{uur}} = \frac{N_{12}}{N_5} = \frac{7.000}{2.000} = 3,5$$

5.4 Exponentiële groei [3]

Voorbeeld:

Stap 3:

Bereken de groeifactor per uur (g):

$$g = (g_{7\text{uur}})^{\frac{1}{7}} = (3,5)^{\frac{1}{7}} = 1,195... \quad \Rightarrow N = b \cdot 1,195...^t$$

Stap 4:

Bereken de beginhoeveelheid:

$$N = b \cdot 1,195...^t$$

$$7.000 = b \cdot 1,195...^{12}$$

$$7.000 = b \cdot 8,56....$$

$$b \approx 817 \quad \Rightarrow N = 817 \cdot 1,20^t$$