

2.0 Voorkennis

Voorbeeld:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

Rekenregels machten:

$$1) a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$2) \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

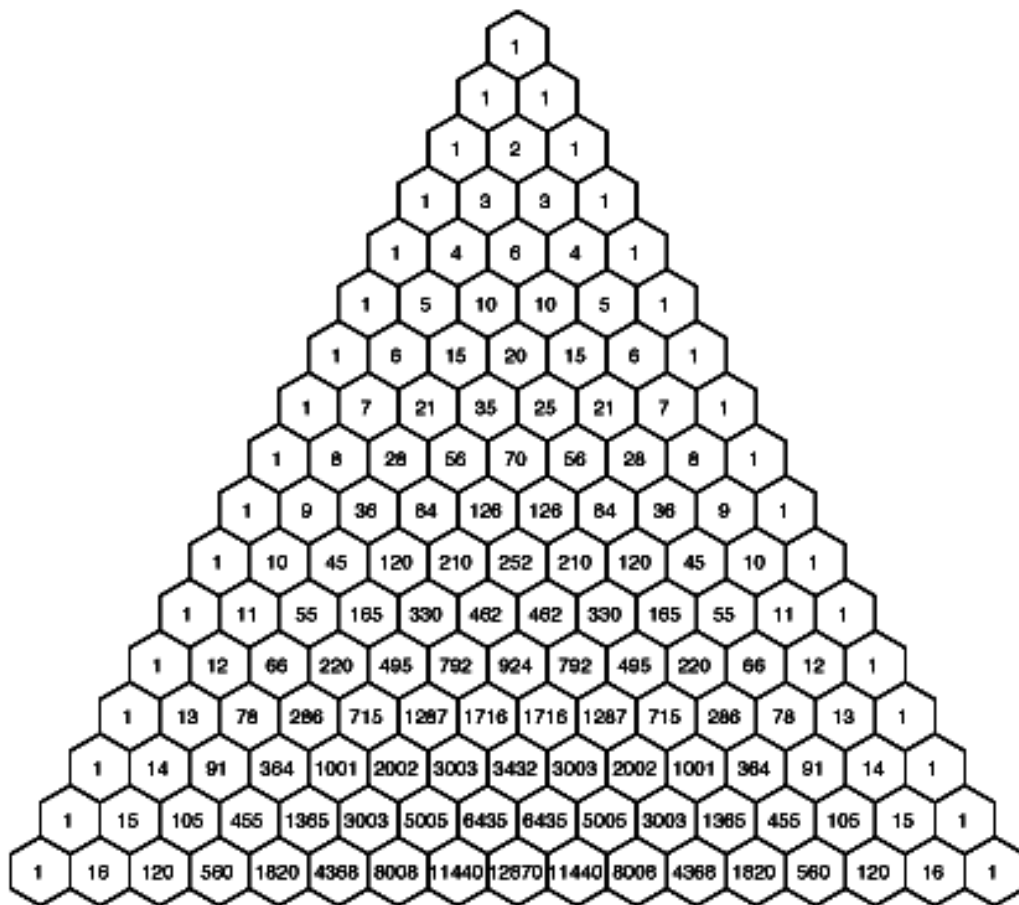
$$3) (a^p)^q = a^{pq}$$

$$4) (ab)^p = a^p b^p$$

$$5) a^0 = 1$$

2.1 Het binomium van Newton [1]

Driehoek van Pascal:



Elk getal in de driehoek van Pascal geeft het aantal routes om vanuit de top op die plaats te komen.

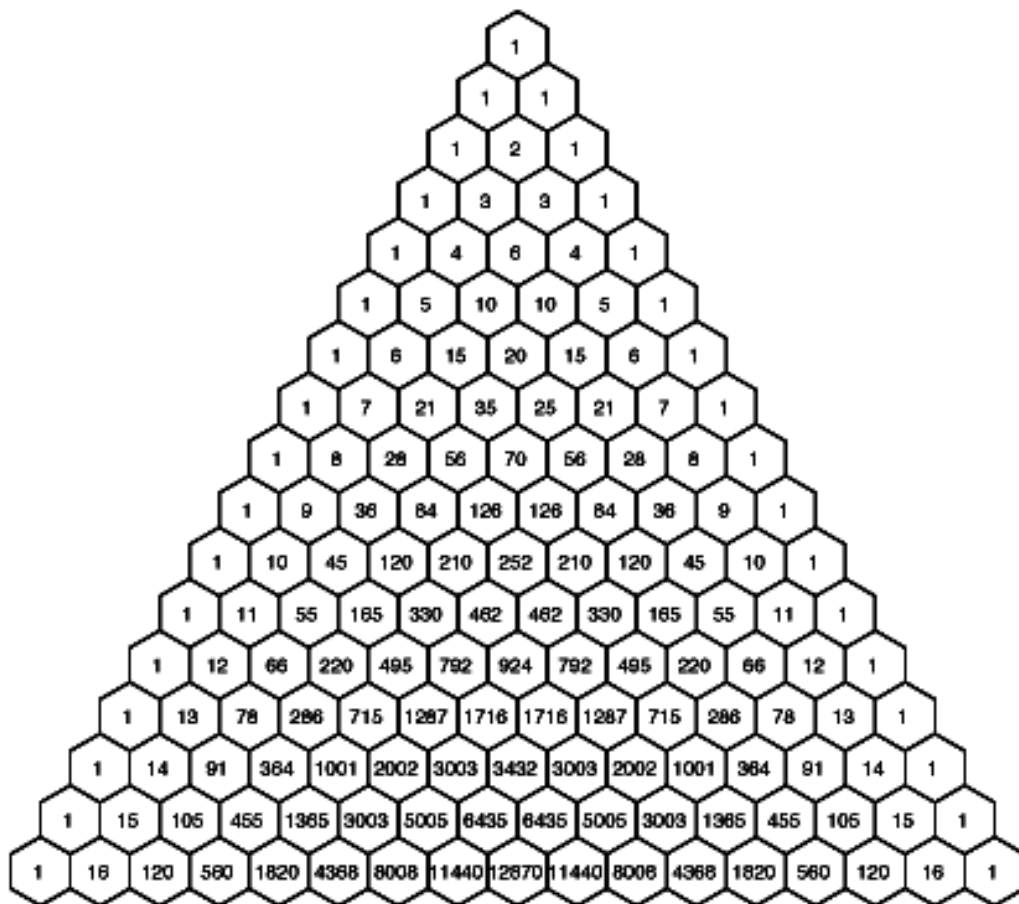
De getallen in de n -de rij zijn:

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n}$$

De som van de getallen in de n -de rij is 2^n .

2.1 Het binomium van Newton [1]

Driehoek van Pascal:



Elk getal krijg je door de twee getallen die er schuin boven staan bij elkaar op te tellen.

Regel van Pascal:

In de driehoek van Pascal is elk getal de som van de twee getallen die er schuin boven staan.

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$$

2.1 Het binomium van Newton [2]

Voorbeeld 1:

$$\sum_{k=1}^5 k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

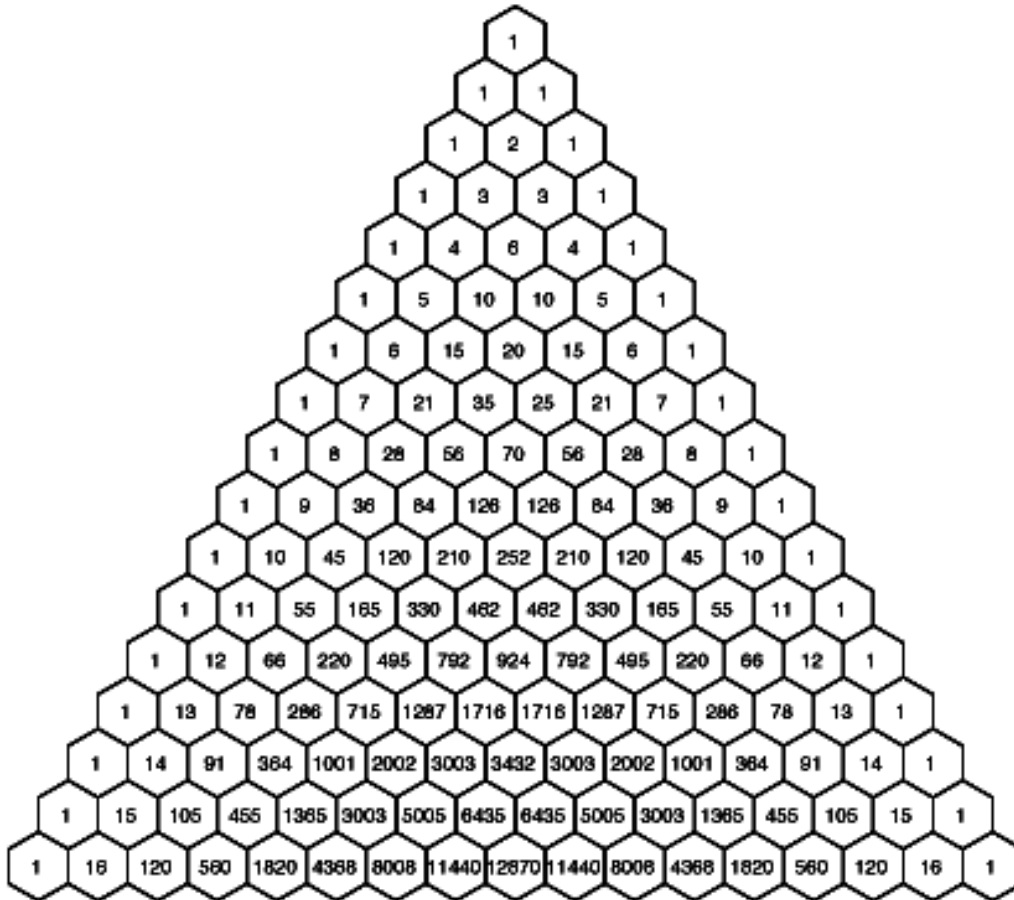
Met de notatie hierboven wordt de som van een getallen weergegeven.

Voorbeeld 2:

$$\sum_{k=0}^5 (3k + 1) = 1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 = 51$$

2.1 Het binomium van Newton [3]

Driehoek van Pascal:



$$(a + b)^1 = a + b$$

De getallen 1 en 1 staan in de tweede rij van de driehoek.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

De getallen 1, 2 en 1 staan in de derde rij van de driehoek.

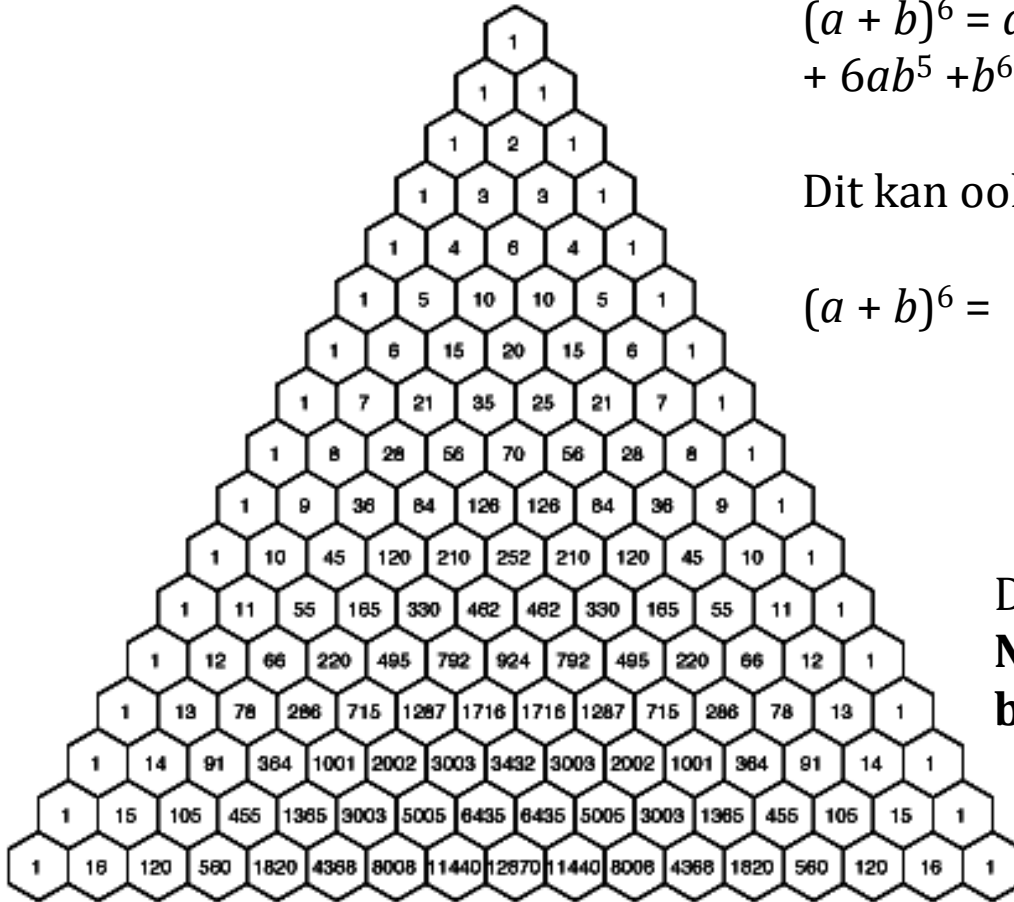
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

De getallen 1, 3, 3 en 1 staan in de vierde rij van de driehoek.

De laatste (17^{de} rij) geeft nu de oplossing van $(a + b)^{16}$

2.1 Het binomium van Newton [3]

Driehoek van Pascal:



Voorbeeld:

$$(a + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

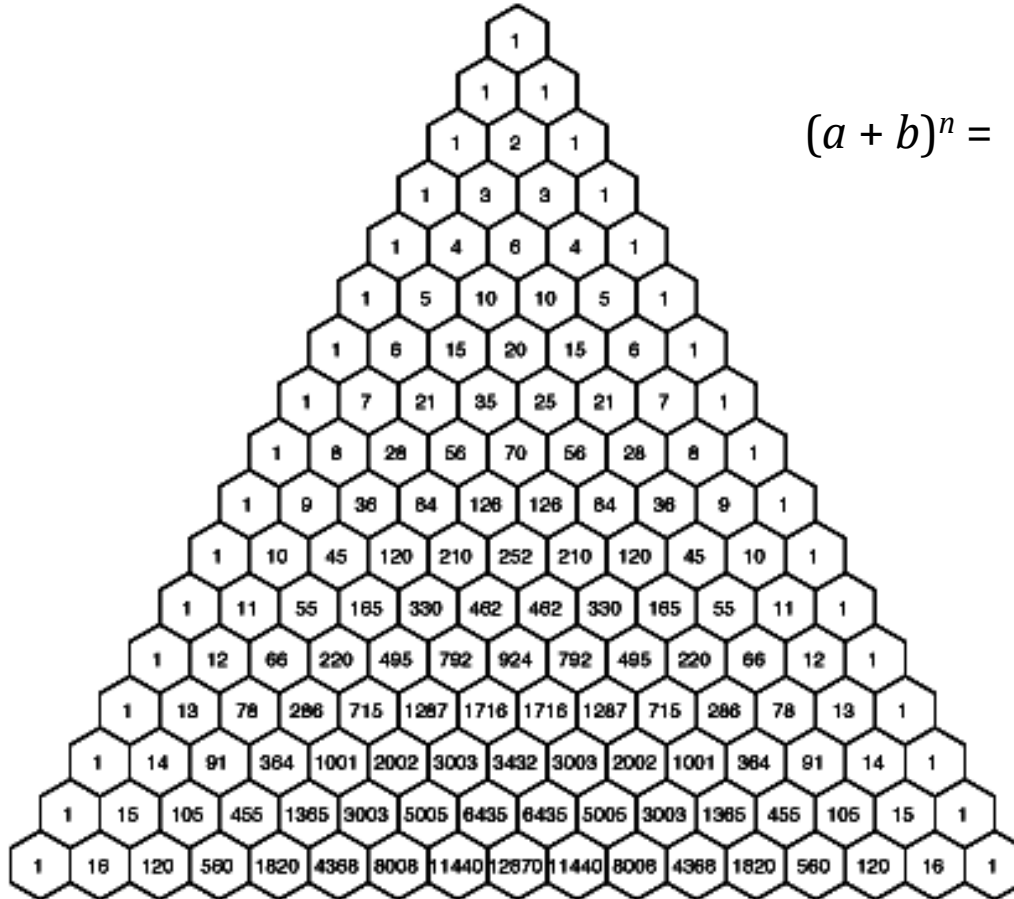
Dit kan ook geschreven worden als:

$$(a + b)^6 = \binom{6}{0}a^6 + \binom{6}{1}a^5b + \binom{6}{2}a^4b^2 + \binom{6}{3}a^3b^3 + \binom{6}{4}a^2b^4 + \binom{6}{5}ab^5 + \binom{6}{6}b^6$$

Deze formule is het **binomium van Newton**. De getallen heten de **binomiaalcoëfficiënten**.

2.1 Het binomium van Newton [3]

Driehoek van Pascal:



Algemeen:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots +$$

$$\binom{n}{n-1}a^1b^{n-1} + \binom{n}{n}b^n =$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^{n-k}b^k$$

2.1 Het binomium van Newton [3]

Voorbeeld 1:

$$(a + 4)^3 =$$

$$\binom{3}{0} \cdot a^3 + \binom{3}{1} \cdot a^2 \cdot 4 + \binom{3}{2} \cdot a \cdot 4^2 + \binom{3}{3} \cdot 4^3 =$$

$$a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot 4 + 3 \cdot a \cdot 16 + 64 =$$

$$a^3 + 12a^2 + 48a + 64$$

2.1 Het binomium van Newton [3]

Voorbeeld 2:

$$(4a - 3)^5 =$$

$$\binom{5}{0} \cdot (4a)^5 + \binom{5}{1} \cdot (4a)^4 \cdot (-3) + \binom{5}{2} \cdot (4a)^3 \cdot (-3)^2 \\ + \binom{5}{3} \cdot (4a)^2 \cdot (-3)^3 + \binom{5}{4} \cdot (4a) \cdot (-3)^4 + \binom{5}{5} \cdot (-3)^5 =$$

$$1 \cdot 1024a^5 + 5 \cdot 256a^4 \cdot -3 + 10 \cdot 64a^3 \cdot 9 + 10 \cdot 16a^2 \cdot -27 + 5 \cdot 4a \cdot 81 - 243 = \\ 1024a^5 - 3840a^4 + 5760a^3 - 4320a^2 + 1620a - 243$$

2.1 Het binomium van Newton [4]

Voorbeeld 1:

$$(p+q+r)^7 = \binom{7}{7} p^7 + \binom{7}{6} \binom{1}{1} p^6 q + \binom{7}{6} \binom{1}{1} p^6 r + \binom{7}{5} \binom{2}{2} p^5 q^2 + \binom{7}{5} \binom{2}{2} p^5 r^2 + \dots$$

$$(p+q+r)^7 = \frac{7!}{7!} p^7 + \frac{7!}{6!1!} p^6 q + \frac{7!}{6!1!} p^6 r + \frac{7!}{5!2!} p^5 q^2 + \frac{7!}{5!2!} p^5 r^2 + \dots$$

De coëfficiënten in de herleiding van dit **multinomium** zijn de **multinomiaalcoëfficiënten**.

$$p^4 q^2 r \Rightarrow \binom{7}{4} \binom{3}{2} \binom{1}{1} = \frac{7!}{4!2!1!} = \binom{7}{4,2,1}$$

2.1 Het binomium van Newton [4]

Voorbeeld 2:

Bereken: $(4a - b + 3c)^9$

$$(4a - b + 3c)^9 = \binom{9}{4,3,2} \cdot (4a)^4 \cdot (-b)^2 \cdot (3c)^9 =$$

$$\frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!} \cdot 4^4 \cdot a^4 \cdot (-1)^3 \cdot b^3 \cdot 3^2 \cdot c^2 =$$

$$1260 \cdot 256 \cdot -1 \cdot 9 \cdot a^4 b^3 c^2 =$$

$$-2.903.040 a^4 b^3 c^2$$

2.2 Recursieve formules [1]

Voorbeeld 1:

8, 12, 16, 20, 24, ... is een **getallenrij**. De getallen in de rij zijn de **termen**.

8 is de eerste term (**startwaarde**, u_0)

12 is de tweede term (u_1)

24 is de vijfde term (u_4)

Elke term is 4 groter dan de voorafgaande term.

$$u_0 = 8$$

$$u_1 = u_0 + 4 (=12)$$

$$u_2 = u_1 + 4 (=16)$$

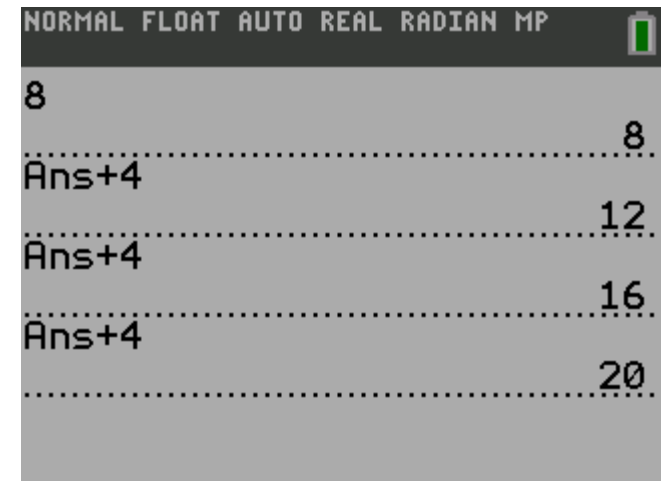
$$u_3 = u_2 + 4 (=20)$$

$$u_4 = u_3 + 4 (=24)$$

Algemeen: $u_n = u_{n-1} + 4$ met $u_0 = 8$
(**recursieve formule**)

Met de GR:

8 | ENTER | ANS + 4 | ENTER | ENTER |



The screenshot shows a calculator interface with a dark background. At the top, there is a status bar with the text "NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP" and a battery icon. The main display area shows the sequence of calculations: starting with "8", followed by "Ans+4" resulting in "12", then another "Ans+4" resulting in "16", and finally another "Ans+4" resulting in "20". The results are displayed on the right side of the screen, aligned with the corresponding operation on the left.

8	8
Ans+4	12
Ans+4	16
Ans+4	20

2.2 Recursieve formules [1]

Bij een **recursieve formule** kun je een term alleen uitrekenen door eerst alle voorgaande termen te berekenen.

Voorbeeld 2:

Gegeven is de recursieve formule $u_n = 1,25u_{n-1} - 10$ met $u_0 = 100$.
Bereken de vijfde en zesde term van de rij. Rond af op twee decimalen.

Met de GR:

100 | ENTER | 1,25ANS - 10 | ENTER | ENTER |

Je krijgt $u_4 \approx 186,48$ en $u_5 \approx 223,11$

Voorbeeld 3:

Gegeven is de recursieve formule $u_n = 1,25u_{n-1} - 10$ met $u_0 = 100$.
Vanaf de hoeveelste term is $u_n > 500$.

$u_9 \approx 487,03$ en $u_{10} \approx 598,79$
Vanaf de 11^e term is $u_n > 500$.

2.2 Recursieve formules [2]

Voorbeeld 1:

Gegeven is de getallenrij 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

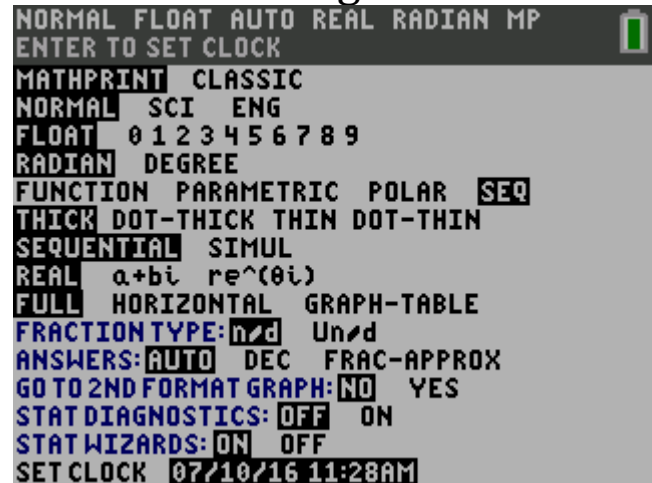
Dit is de **rij van Fibonacci**. Elke term is de som van de twee voorafgaande termen.

Algemeen: $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ met $u_0 = 1$

Bereken de 12^{de} term van deze rij

Stap 1:

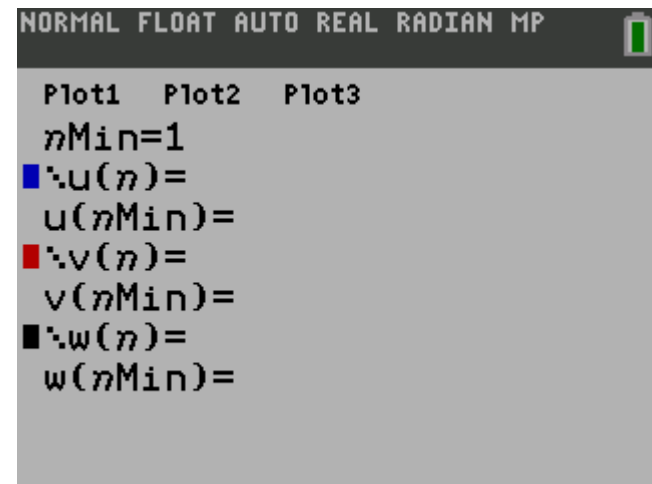
Zet eerst in het MODE menu de optie SEQ aan.



Stap 2:

Druk op de knop Y=

De indeling van het scherm is nu anders dan normaal.



2.2 Recursieve formules [2]

Voorbeeld 1:

Bereken de 12^{de} term van deze rij

Stap 3:

Vul nu het volgende in:

Bij $nMin$ 0

Bij $u(n)$ $u(n-1) + u(n-2)$

Bij $u(nMin)$ $\{1, 1\}$

Op de GR krijg je:

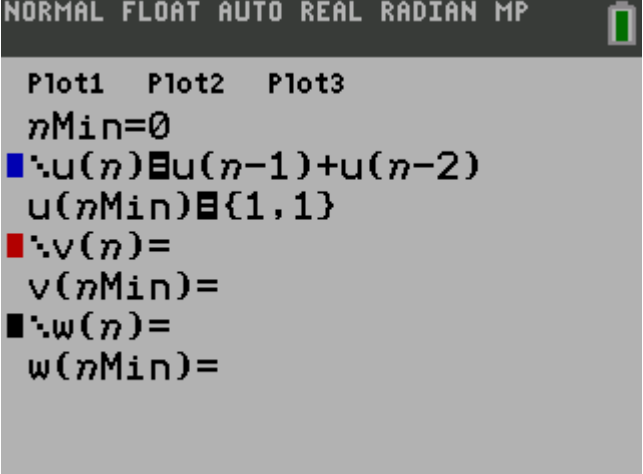
u via de toets 2ND | 7

n via de toets die je normaal gebruikt voor de variabele X

{ via de toets 2ND | (

} via de toets 2ND |)

Je moet bij $u(nMin)$ de eerste twee termen invullen. **Vul eerst de tweede term in en dan de eerste.** Is maar één term nodig, dan hoeft je geen { } te gebruiken.



```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
Plot1 Plot2 Plot3
nMin=0
▀u(n)=u(n-1)+u(n-2)
u(nMin)={1,1}
▀v(n)=
v(nMin)=
▀w(n)=
w(nMin)=
```

2.2 Recursieve formules [2]

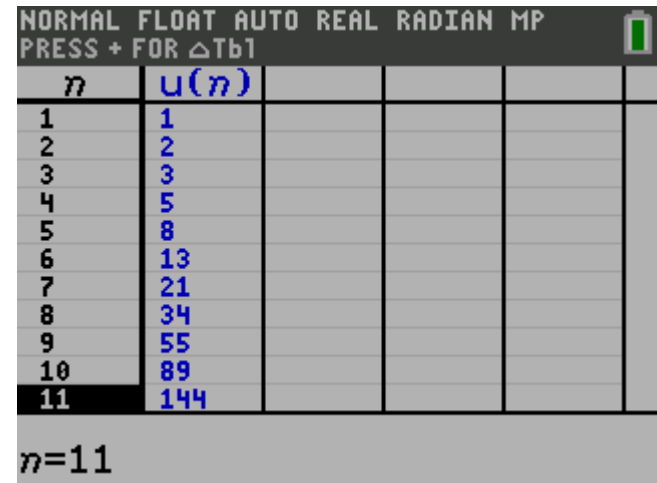
Voorbeeld 1:

Bereken de 12^{de} term van deze rij

Stap 4:

De uitkomst kun je vinden via 2ND | GRAPH

De 12^{de} term (u_{11}) heeft de waarde 144.



n	$u(n)$			
1	1			
2	2			
3	3			
4	5			
5	8			
6	13			
7	21			
8	34			
9	55			
10	89			
11	144			

$n=11$

Voorbeeld 2:

Vanaf welke term geldt bij de Rij van Fibonacci:

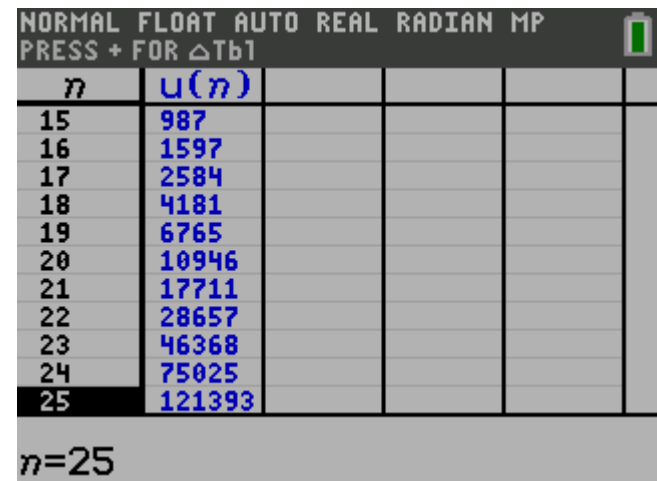
$u_n > 100.000$?

Uit de tabel volgt:

$u_{24} = 75.025$

$u_{25} = 121.393$

Vanaf de 26^{ste} term zijn er waarden groter dan 100.000.



n	$u(n)$			
15	987			
16	1597			
17	2584			
18	4181			
19	6765			
20	10946			
21	17711			
22	28657			
23	46368			
24	75025			
25	121393			

$n=25$

2.2 Recursieve formules [3]

Voorbeeld:

Op 1 maart zit in een opslagtank 20.000 liter water. Elke dag wordt 30% van de in de tank aanwezige hoeveelheid voor zuivering overgeheveld naar een andere tank. Direct daarna wordt de eerste tank bijgevuld met 5.000 liter water. De eerste keer gebeurt dat op 2 maart.

Stel bij deze situatie de recursieve formule op van de hoeveelheid water (W_n) en onderzoek beneden welke grenswaarde de hoeveelheid water in de tank niet komt.

$$W_n = 0,7W_{n-1} + 5.000 \text{ met } W_0 = 20.000$$

Voer de formule in op de GR zoals je dat bij de Rij van Fibonnaci hebt geleerd. Uit de tabel volgt nu dat de grenswaarde 16.667 m³ water is.

2.2 Recursieve formules [4]

Bij een **recursieve formule** kun je een term alleen uitrekenen door eerst alle voorgaande termen te berekenen. Bij een **directe formule** kan dit rechtstreeks.

Voorbeeld 1:

8, 12, 16, 20, 24, ...

Recursieve formule: $u_n = u_{n-1} + 4$ met $u_0 = 8$

Directe formule: $u_n = 8 + 4n$

De negende term (u_8 !!!) $= 8 + 4 \cdot 8 = 40$.

2.2 Recursieve formules [4]

Voorbeeld 2:

Gegeven is de directe formule $u_n = 8 + 4n$ met beginterm u_0 .
Geef de recursieve formule van de somrij S_n .

De termen van de somrij S_n zijn:

$$S_0 = u_0 = 5$$

$$S_1 = u_0 + u_1 = S_0 + u_1 = 5 + 8 = 13$$

$$S_2 = u_0 + u_1 + u_2 = S_1 + u_2 = 13 + 11 = 24$$

$$S_3 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = S_2 + u_3 = 24 + 14 = 38$$

Algemeen:

De recursieve formule van de somrij S_n van de rij u_n is

$$S_n = S_{n-1} + u_n \text{ met } S_0 = u_0.$$

$$S_n = S_{n-1} + 8 + 4n \text{ met } S_0 = u_0.$$

2.2 Recursieve formules [4]

Voorbeeld 3:

Gegeven is de rij $u(n) = 2u(n-1) - 3n$ met beginterm $u(0) = 10$ en de bijbehorende somrij $S(n)$.

Bereken $S(10)$

De recursieve formule van $S(n) = S(n-1) + 2u(n-1) - 3n$ met $S(0) = 10$

Vul in de GR de rij en de somrij in. **Uit de tabel volgt $S(10) = 8419$**

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
Plot1 Plot2 Plot3
nMin=0
u(n)=2u(n-1)-3n
u(nMin){10}
v(n)=v(n-1)+2u(n-1)-3n
v(nMin){10}
w(n)=
w(nMin)=
```

NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP PRESS + FOR Δ Tb1					
n	$u(n)$	$v(n)$			
0	10	10			
1	17	27			
2	28	55			
3	47	102			
4	82	184			
5	149	333			
6	280	613			
7	539	1152			
8	1054	2206			
9	2081	4287			
10	4132	8419			
$n=0$					

2.3 Rekenkundige rijen [1]

8, 12, 16, 20, 24, ... is een **rekenkundige rij (rr)**, want het **verschil** tussen twee opeenvolgende termen (**v**) is **constant**.

$$u_0 (= 8)$$

$$u_1 = u_0 + v = (8 + 4 = 12)$$

$$u_2 = u_1 + v = u_0 + v + v = u_0 + 2v = (8 + 2 \cdot 4 = 16)$$

$$u_3 = u_2 + v = u_0 + 3v (= 8 + 3 \cdot 4 = 20)$$

$$u_4 = u_3 + v = u_0 + 4v (= 8 + 4 \cdot 4 = 24)$$

Algemeen:

$$u_n = u_0 + nv \text{ (**direct**)}$$

$$u_n = u_{n-1} + v \text{ met } u_0 = \text{getal (**recursief**)}$$

2.3 Rekenkundige rijen [1]

Voorbeeld 1:

8, 12, 16, 20, 24, ...

De hoeveelste term is 388?

Directe formule = $8 + 4n$

Los op: $8 + 4n = 388$

$$4n = 380$$

$$n = 95$$

Dus $u_{95} = 388$, dus **de 96^{ste} term is 388.**

Let op:

De eerste term is u_0

De tweede term is u_1

De 96-ste term is u_{95}

2.3 Rekenkundige rijen [2]

Voorbeeld 1:

Tel de eerste 29 termen van de rij $u_n = 8 + 4n$ op.

$$\text{Som} = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{27} + u_{28} = 8 + 12 + 16 + \dots + 112 + 116 + 120$$

$$\text{Som} = 8 + 12 + 16 + \dots + 112 + 116 + 120$$

$$\text{Som} = 120 + 116 + 112 + \dots + 16 + 12 + 8$$

$$\text{-----} +$$

$$2 \cdot \text{som} = 128 + 128 + 128 + \dots + 128 + 128 + 128$$

$$2 \cdot \text{som} = 29 \cdot 128$$

$$\text{Som} = 0,5 \cdot 29 \cdot 128 = 1856$$

Let op 1: 29 (= 28 + 1) = aantal termen dat je optelt

Let op 2: 128 (= 8 + 120 = $u_0 + u_{28}$)

Algemeen:

$$\text{Som} = 0,5 \cdot \text{aantal termen} \cdot (\text{eerste term} + \text{laatste term})$$

$$\text{Som} = 0,5 \cdot (n + 1) \cdot (u_0 + u_n)$$

$$= 0,5 \cdot (n + 1) \cdot (u_0 + u_n)$$

2.3 Rekenkundige rijen [2]

Voorbeeld 2:

Gegeven is de rekenkundige rij $u_n = 6n + 4$

Bereken $\sum_{k=0}^{n=15} u_k$

Voor het berekenen van de som van de eerste 16 termen gebruiken we de formule: $= 0,5 \cdot (n + 1) \cdot (u_0 + u_n)$

$$\sum_{k=0}^{n=15} u_k = 0,5 \cdot (15 + 1) \cdot (u_0 + u_{15}) = 0,5 \cdot 16 \cdot (4 + 94) = 0,5 \cdot 16 \cdot 98 = 784$$

Let op:

Als gevraagd wordt om de som van de eerste zestien termen te berekenen

is dit hetzelfde als $\sum_{k=0}^{n=15} u_k$

2.3 Rekenkundige rijen [2]

Voorbeeld 3:

Maak een tabel van de functie van $x^2 - 10x + 7$ met startwaarde -4 en stapgrootte 0,5.

Stap 1:

2ND | WINDOW

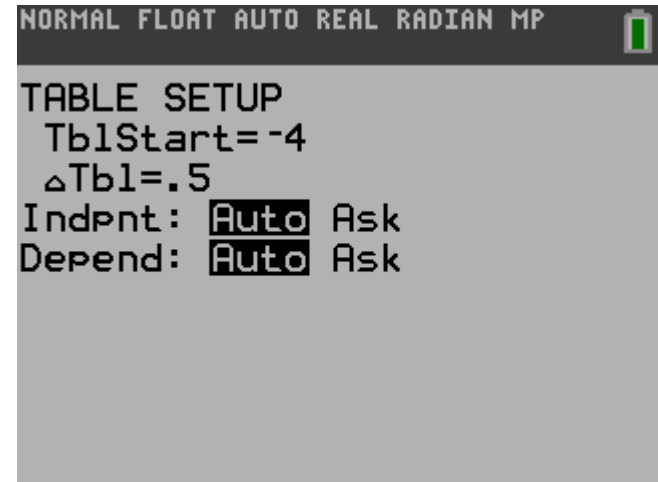
TblStart is de startwaarde van de tabel.
Vul hier -4 in.

Δ Tbl is de stapgrootte. Vul hier 0.5 in.

Stap 2:

2ND | GRAPH geeft nu de tabel weer.

Met behulp van de cursor toetsen kun je nu door de tabel lopen.



The screen displays a table of values for the function $y = x^2 - 10x + 7$. The top status bar shows 'NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP' and a battery icon. Below the status bar, it says 'PRESS + FOR Δ Tbl'. The table has two columns: X and Y1. The X values range from -4 to 1 in increments of 0.5. The Y1 values are calculated as $x^2 - 10x + 7$.

X	Y1
-4	63
-3.5	54.25
-3	46
-2.5	38.25
-2	31
-1.5	24.25
-1	18
-.5	12.25
0	7
.5	2.25
1	-2

At the bottom of the screen, it says 'X= -4'.

2.4 Meetkundige rijen [1]

Gegeven is de rij getallen: 64, 96, 144, 216, 324, ...

Elke term is te vinden door de voorgaande term te vermenigvuldigen met 1,5

Deze rij heet een **meetkundige rij (mr)**, omdat elke term een bepaalde **factor [r]** groter (of kleiner) is dan de vorige term.

$$u_0 (= 64)$$

$$u_1 = u_0 \cdot r (= 64 \cdot 1,5 = 96)$$

$$u_2 = u_1 \cdot r = u_0 \cdot r \cdot r = u_0 \cdot r^2 (= 64 \cdot 1,5^2 = 144)$$

$$u_3 = u_2 \cdot r = u_0 \cdot r^3 (= 64 \cdot 1,5^3 = 216)$$

$$u_4 = u_3 \cdot r = u_0 \cdot r^4 (= 64 \cdot 1,5^4 = 324)$$

De directe formule wordt nu: $u_n = 64 \cdot 1,5^n$

De recursieve formule wordt nu: $u_n = 1,5 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 64$

Algemeen:

$$u_n = u_0 \cdot r^n \text{ (directe formule)}$$

$$u_n = r \cdot u_{n-1} \text{ met } u_0 = \text{getal (recursieve formule)}$$

2.4 Meetkundige rijen [1]

Voorbeeld:

Van een meetkundige rij is $u_6 = 1.600$ en $u_{11} = 51.200$.

Stel de directe formule van u_n op.

$$u_6 \cdot r^5 = u_{11}.$$

$$\text{Hieruit volgt: } r^5 = \frac{u_{11}}{u_6} = \frac{51.200}{1.600} = 32$$

$$r^5 = 32 \text{ geeft } r = \sqrt[5]{32} = 2$$

De directe formule wordt nu:

$$u_n = u_0 \cdot r^n$$

$$u_n = u_0 \cdot 2^n$$

Invullen van $u_6 = 1.600$ geeft:

$$1.600 = u_0 \cdot 2^6$$

$$u_0 = \frac{1.600}{2^6} = 25$$

$$u_n = 25 \cdot 2^n$$

2.4 Meetkundige rijen [2]

Bereken de som van de eerste $n + 1$ termen van de meetkundige rij:

$$u_n = r \cdot u_{n-1}$$

$$som = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$$

$$r \cdot som = r \cdot (u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n)$$

$$r \cdot som = r \cdot u_0 + r \cdot u_1 + r \cdot u_2 + \dots + r \cdot u_{n-1} + r \cdot u_n$$

$$r \cdot som = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + u_{n+1}$$

$$som = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$$

$$r \cdot som = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + u_{n+1}$$

$$som - r \cdot som = u_0 + 0 + 0 + \dots + 0 + 0 - u_{n+1}$$

$$som \cdot (1 - r) = u_0 - u_{n+1}$$

$$som = \frac{u_0 - u_{n+1}}{1 - r}$$

$$som = \frac{u_0 - u_0 \cdot r^{n+1}}{1 - r}$$

$$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{u_0(1 - r^{n+1})}{1 - r}$$

2.4 Meetkundige rijen [2]

De som van een meetkundige rij u_n met factor r is te berekenen met de volgende formule:

$$som = \frac{\text{eerste term}(1 - \text{factor}^{\text{aantal termen}})}{1 - \text{factor}}$$
$$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{u_0(1 - r^{n+1})}{1 - r}$$

Voorbeeld:

Gegeven is de meetkundige rij $u_n = 20 \cdot 1,2^n$

Bereken de $\sum_{k=0}^5 u_k$

$$\sum_{k=0}^5 u_k = \frac{20(1 - 1,2^{5+1})}{1 - 1,2} = \frac{20(1 - 1,2^6)}{1 - 1,2} \approx 198,60$$

Let op:

Als gevraagd wordt om de som van de eerste zes termen te berekenen

is dit hetzelfde als $\sum_{k=0}^5 u_k$

2.4 Meetkundige rijen [2]

De som van een meetkundige rij u_n met factor r is te berekenen met de volgende formule:

$$som = \frac{\text{eerste term}(1 - \text{factor}^{\text{aantal termen}})}{1 - \text{factor}}$$

$$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{u_0(1 - r^{n+1})}{1 - r}$$

Voorbeeld 2:

Gegeven is de meetkundige rij $u_n = 10 \cdot 0,8^n$

Bereken de $\sum_{k=0}^n u_k$

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^n u_k &= \frac{u_0(1 - r^{n+1})}{1 - r} = \frac{10(1 - 0,8^{n+1})}{1 - 0,8} \\ &= \frac{10(1 - 0,8^{n+1})}{0,2} = 50(1 - 0,8^{n+1}) \\ &= 50 - 50 \cdot 0,8^{n+1} \\ &= 50 - 50 \cdot 0,8^n \cdot 0,8^1 \\ &= 50 - 40 \cdot 0,8^n\end{aligned}$$

2.4 Meetkundige rijen [3]

Voorbeeld 1:

Gegeven is de meetkundige rij $u_n = 10 \cdot 0,8^n$

$$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{u_0(1-r^{n+1})}{1-r} = \frac{10(1-0,8^{n+1})}{1-0,8}$$

Als n een heel groot getal is geldt er: $0,8^{n+1} \approx 0$

$$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{u_0(1-r^{n+1})}{1-r} = \frac{10(1-0,8^{n+1})}{1-0,8} \approx \frac{10(1-0)}{0,2} = 50$$

50 is nu de **limiet** van $\sum_{k=0}^n u_k$

De rij $u_n = 10 \cdot 0,8^n$ is een **sommeerbare** rij.

Elke meetkundige rij met $-1 < r < 1$ is sommeerbaar.

2.4 Meetkundige rijen [3]

Algemeen:

De meetkundige rij $u_n = u_0 \cdot r^n$ is sommeerbaar voor $-1 < r < 1$

$$\text{De som is } S = u_0 + u_0 \cdot r + u_0 \cdot r^2 + \dots = \frac{u_0}{1-r}$$

Voorbeeld 2:

Bereken $10 - 5 + 2,5 - 1,25 + 0,625 - \dots$

$$10 - 5 + 2,5 - 1,25 + 0,625 - \dots = 10 + -5 + 2,5 + -1,25 + 0,625 + \dots$$

Dit is de som van een meetkundige rij met $u_0 = 10$ en $r = -\frac{1}{2}$

$$S = \frac{u_0}{1-r} = \frac{10}{1 - -\frac{1}{2}} = \frac{10}{1\frac{1}{2}} = 6\frac{2}{3}$$