9.0 Voorkennis

Bij samengestelde kansexperimenten maak je gebruik van de productregel.

Productregel:
Voor de gebeurtenis G_1 bij het ene kansexperiment en de gebeurtenis G_2 bij het andere kansexperiment geldt:
$P(G_1 \text{ en } G_2) = P(G_1) \cdot P(G_2)$

Somregel:
Voor elkaar uitsluitende gebeurtenissen G_1 en G_2 geldt de somregel:
$P(G_1 + G_2) = P(G_1) + P(G_2)$

9.0 Voorkennis

Voorbeeld 1:
Op een schijf staan een zestal afbeeldingen in even grote vakjes:
3 keer appel, 2 keer banaan, 1 keer peer.
Sandra draait zes keer aan de schijf.

a) Bereken de kans dat Sandra zes keer een banaan krijgt:

$$P(\text{zes keer banaan}) = P(\text{bbbbbb}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6} = \left(\frac{2}{6}\right)^6 \approx 0{,}00137$$

b) Bereken de kans dat Sandra één keer een banaan krijgt:

P(een keer banaan) = P(b~~bbbbb~~) + P(~~b~~b~~bbbb~~) + P(~~bb~~b~~bbb~~)
+ P(~~bbb~~b~~bb~~) + P(~~bbbb~~b~~b~~) + P(~~bbbbb~~b)

Elke uitkomst heeft een kans van: $\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6} = \frac{2}{6}\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^5$

Er zijn $\binom{6}{1} = 6$ mogelijkheden voor de ene banaan.

$$P(\text{een keer banaan}) = \binom{6}{1}\cdot\frac{2}{6}\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^5 \approx 0{,}263$$

9.0 Voorkennis

Voorbeeld 1:
Op een schijf staan een zestal afbeeldingen in even grote vakjes:
3 keer appel, 2 keer banaan, 1 keer peer.
Sandra draait zes keer aan de schijf.

c) Bereken de kans dat Sandra twee keer een banaan krijgt:

P(twee keer banaan) = *P*(bb~~bbbb~~) + *P*(b~~b~~b~~bbb~~) + …
+ … + *P*(~~bbb~~b~~b~~b) + *P*(~~bbbb~~bb)

Elke uitkomst heeft een kans van: $\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \left(\frac{2}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4$

Er zijn $\binom{6}{2} = 15$ mogelijkheden voor de twee bananen.

$P(\text{twee keer banaan}) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \approx 0{,}329$

9.0 Voorkennis

Voorbeeld 2:
Sandra gooit met 4 dobbelstenen. Elke dobbelsteen heeft 6 ogen. Bereken de kans dat de som van de gegooide ogen 22 of minder is.

P(som ogen is 22 of minder) = $P(4) + P(5) + P(6) + \ldots + P(20) + P(21) + P(22)$

Let op:
- Bij het gooien met vier dobbelstenen kan de som van de ogen nooit 1, 2 of 3 zijn;
- Om het antwoord te krijgen, moet je 19 kansen berekenen.

Bij dit soort opgaven kun je gebruik maken van de complementregel:

P(som ogen is 22 of minder) = 1 – P(som ogen is 23 of 24)

Complementregel algemeen:
P(gebeurtenis) = 1 – P(complement gebeurtenis)

9.0 Voorkennis

Voorbeeld 3 (Trekken met teruglegging):
Jan gooit vijf keer met een dobbelsteen. Bereken de kans dat hij twee keer minstens vijf ogen gooit.

Er is sprake van trekken met teruglegging. Een getal dat gegooid is met de dobbelsteen kan later opnieuw gegooid worden.

P(twee keer minstens vijf gooien) = $\binom{5}{2}\left(\frac{2}{6}\right)^2\left(\frac{4}{6}\right)^3 \approx 0{,}329$

Let op:
Bij trekken **met teruglegging** wordt gebruik gemaakt van de productregel:

Voor de gebeurtenis G_1 bij het ene kansexperiment en de gebeurtenis G_2 bij het andere kansexperiment geldt: $P(G_1 \text{ en } G_2) = P(G_1) \cdot P(G_2)$

9.0 Voorkennis

Voorbeeld 4 (Trekken zonder teruglegging):
In een bak zitten 6 knikkers. 2 knikkers zijn rood en 4 knikkers zijn groen. Jan pakt 5 knikkers uit de bak. Bereken de kans dat Jan twee keer een rode knikker pakt.

Er is sprake van trekken zonder teruglegging. Een knikker die uit de vaas gehaald is, kan niet nogmaals gepakt worden.

$$P(\text{twee rode knikkers}) = \frac{\binom{2}{2}\binom{4}{3}}{\binom{6}{5}} = \frac{2}{3}$$

Let op:
Bij trekken **zonder teruglegging** wordt gebruik gemaakt van combinaties.

9.0 Voorkennis

<u>Voorbeeld 4 (Trekken zonder teruglegging – Alternatieve oplossing):</u>
In een bak zitten 6 knikkers. 2 knikkers zijn rood en 4 knikkers zijn groen. Jan pakt 5 knikkers uit de bak. Bereken de kans dat Jan twee keer een rode knikker pakt.

Er is sprake van trekken zonder teruglegging. Een knikker die uit de vaas gehaald is, kan niet nogmaals gepakt worden.

$P(\text{twee rode knikkers}) = \binom{5}{2} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{3}$

<u>Let op:</u>
RR~~RRR~~ is één van de manieren om bij vijf keer trekken, 2 rode knikkers te hebben.

De kans op deze volgorde is $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2}$. Je hebt steeds één knikker minder in de bak zitten. In totaal zijn er $\binom{5}{2}$ van dit soort volgordes.

9.0 Voorkennis

Algemeen:
Bij een kleine steekproef uit een grote populatie mag je trekken zonder terugleggen opvatten als trekken met terugleggen.

Voorbeeld 5:
Uit een onderzoek in september 2010 bleek dat 65% van alle huishoudens digitale televisie had. Voor een onderzoek worden 20 personen ondervraagd.

a) Bereken de kans dat al deze 20 personen digitale televisie hebben.

$$P(\text{20 digitaal}) = \binom{20}{0}(0{,}65)^{20}(0{,}35)^{0} \approx 0{,}000181$$

b) Bereken de kans dat precies 13 personen digitale televisie hebben.

$$P(\text{13 digitaal}) = \binom{20}{13}(0{,}65)^{13}(0{,}35)^{7} \approx 0{,}184$$

9.1 De verwachtingswaarde [1]

Voorbeeld:
Een loterij heeft 1000 loten. Er is één hoofdprijs van 100 euro. Er zijn 100 troostprijzen van 5 euro. Elk lot kost één euro.
Wat is de verwachte winst van iemand die meedoet aan deze loterij?

<u>Stap 1:</u>
Maak een tabel met alle mogelijke winsten en hun kans.

w	99	4	-1
$P(W = w)$	0,001	0,1	0,899

- Als je de hoofdprijs wint (Kans is 1/1000 = 0,001), krijg je 100 euro. Het lot wat je gekocht hebt, kostte 1 euro. Dus de winst is 100 – 1 = 99 euro;

- Als je de troostprijs wint (Kans is 100/1000 = 0,1) krijg je 5 euro. Het lot wat je gekocht hebt, kostte 1 euro. Dus de winst is 5 – 1 = 4 euro.

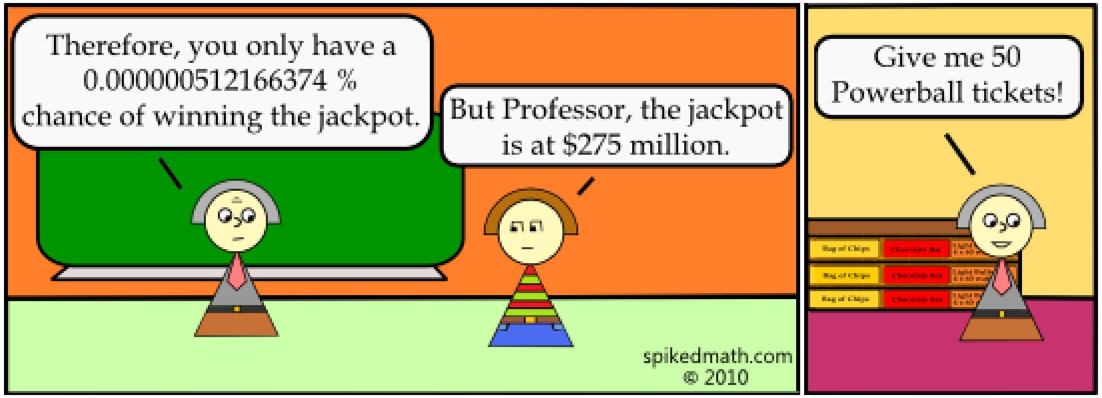
- Als je niets wint (Kans is 899/1000 = 0,899) krijg je 0 euro. Het lot wat je gekocht hebt, kostte 1 euro. Dus de winst is 0 – 1 = -1 euro.

9.1 De verwachtingswaarde [1]

Voorbeeld:
Een loterij heeft 1000 loten. Er is één hoofdprijs van 100 euro. Er zijn 100 troostprijzen van 5 euro. Elk lot kost één euro.
Wat is de verwachte winst van iemand die meedoet aan deze loterij?

<u>Stap 2:</u>
Vermenigvuldig elke mogelijke waarde van *W* met zijn kans en tel de uitkomsten op.
Je berekent nu de **verwachtingswaarde:**
$E(W) = 99 \cdot 0{,}001 + 4 \cdot 0{,}1 - 1 \cdot 0{,}899 = -0{,}4$

Conclusie:
De verwachtingswaarde van -0,4 betekent dat een deelnemer per lot gemiddeld 0,4 euro verliest.
(De organisator van de loterij maakt per lot dus gemiddeld 0,4 euro winst)



9.1 De verwachtingswaarde [2]

Voorbeeld:
Een loterij heeft 1000 loten. Er is één hoofdprijs van 100 euro. Er zijn 100 troostprijzen van 5 euro. Elk lot kost één euro.
Bereken de standaardafwijking van deze kansverdeling.

Bij de keuze uit verschillende loterijen is niet alleen de verwachtingswaarde van belang, maar ook de spreiding van de uitkomsten. Bij twee loterijen met een gelijke verwachte winst zul je kiezen voor de loterij waar de spreiding van de uitkomsten het kleinste is. De spreiding kun je uitdrukken met de **standaardafwijking**.

Stap 1:
Maak een tabel met alle mogelijke winsten en hun kans

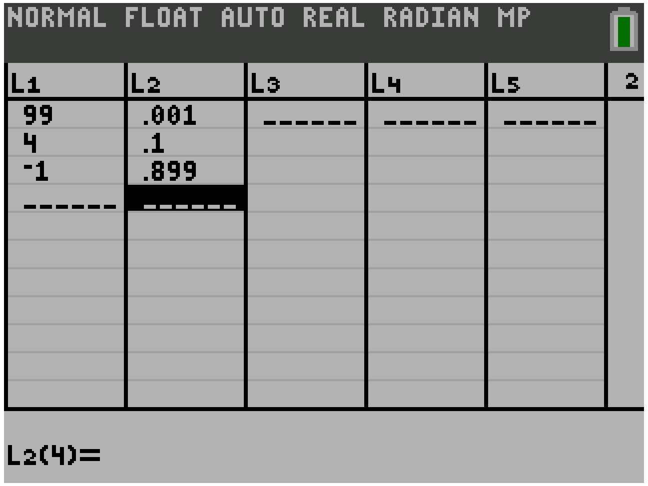
w	**99**	**4**	**-1**
$P(W = w)$	0,001	0,1	0,899

9.1 De verwachtingswaarde [2]

Voorbeeld:
Een loterij heeft 1000 loten. Er is één hoofdprijs van 100 euro. Er zijn 100 troostprijzen van 5 euro. Elk lot kost één euro. Bereken de standaardafwijking van deze kansverdeling.

Stap 2:
Bereken de standaardafwijking met de grafische rekenmachine.

STAT | EDIT 1:EDIT | ENTER



L1 = {99, 4, -1}
L2 = {0.001; 0.1; 0.899}

9.1 De verwachtingswaarde [2]

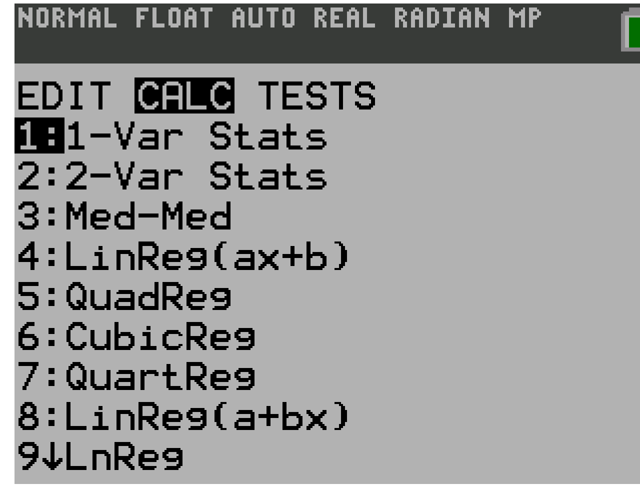
Voorbeeld:
Een loterij heeft 1000 loten. Er is één hoofdprijs van 100 euro. Er zijn 100 troostprijzen van 5 euro. Elk lot kost één euro. Bereken de standaardafwijking van deze kansverdeling.

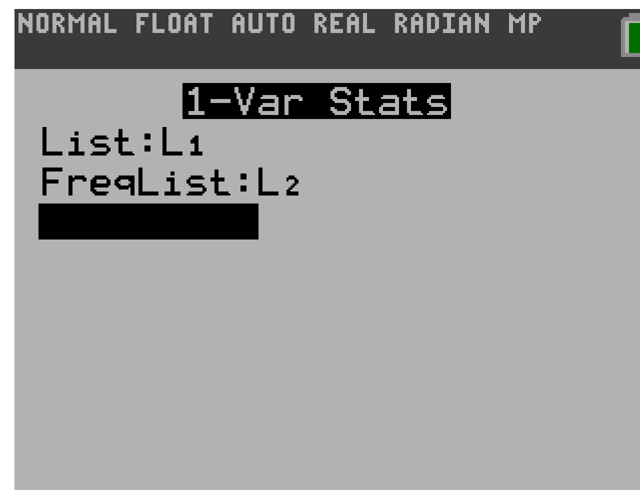
<ins>Stap 2:</ins>
Bereken de standaardafwijking met de grafische rekenmachine.

STAT | CALC | 1-Var Stats | ENTER

Bij List vul je **| 2$^{\text{ND}}$ 1 |** in
Bij FreqList vul je **| 2$^{\text{ND}}$ 2 |** in

ENTER geeft $\sigma_x \approx 3{,}48$.





9.2 De binomiale verdeling [1]

Bernoulli-experiment = een kansexperiment met slechts **twee** mogelijke uitkomsten. De kans op succes is ***p***.

Voorbeelden:

- Gooien met een muntstuk (Kop of munt)
- Beantwoorden meerkeuze vragen (Goed of fout)
- Examen doen (Slagen of zakken)

<u>Voorbeeld :</u>
In een loterij met 40 loten zijn 5 prijzen te winnen. Iemand koopt vier loten.
Het winnen van twee prijzen is voor deze persoon een succes.
Bereken p

$$P = P(2\text{ prijzen}) = \frac{\binom{5}{2}\binom{35}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0{,}0651$$

9.2 De binomiale verdeling [1]

Binomiaal kansexperiment = Het een aantal keer (***n***) achter elkaar uitvoeren van hetzelfde Bernoulli experiment.

Voorbeelden:

- 10 keer gooien met een muntstuk
  (X = aantal keer munt, n = 10, p = ½)
- 20 vierkeuze vragen gokken
  (X = aantal vragen goed, n = 20, p = ¼)
- 12 keer elke maand met loterij het vorige voorbeeld meedoen
  (X = aantal keer 2 prijs, n = 12, p = 0,0651)

9.2 De binomiale verdeling [1]

<u>Voorbeeld:</u>
Iemand beantwoordt 20 vierkeuzevragen. Bereken de kans op 15 goede antwoorden:

X = aantal juiste antwoorden, $n = 20$, $p = ¼$

<u>Stap 1:</u>
De kans op 15 keer succes en 5 keer een mislukking is: $(¼)^{15}(¾)^{5}$

<u>Stap 2:</u>
Je kunt op een aantal manieren 15 keer succes en 5 keer een mislukking hebben:

- SSSSSSSSSSSSSSSMMMMM, SSSSSMMMMMSSSSSSSSSS, enz….

In totaal zijn er $\binom{20}{15}\binom{5}{5} = \binom{20}{15}$ mogelijkheden

<u>Stap 3:</u>
$P(X = 15) = \binom{20}{15}(¼)^{15}(¾)^{5}$

9.2 De binomiale verdeling [1]

Voorbeeld:
Iemand beantwoort n vierkeuzevragen. Bereken de kans op k goede antwoorden:

X = aantal juiste antwoorden, $n = n$, $p = ¼$

Stap 1:
De kans op k keer succes en n-k keer een mislukking is: $(¼)^{k}(¾)^{n-k}$

Stap 2:
Je kunt op een aantal manieren n keer succes en n-k keer een mislukking hebben.

In totaal zijn er $\binom{n}{k}\binom{n-k}{n-k} = \binom{n}{k}$ mogelijkheden

Stap 3:
Dus: $P(X = k) = \binom{n}{k}(¼)^{k}(¾)^{n-k}$

9.2 De binomiale verdeling [2]

Voorbeeld 1:
X = binomiaal verdeeld
$n = 3$
$p = 0,2$

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,512	0,384	0,096	0,008
$P(X \leq x)$	0,512	0,896	0,992	1

De tweede rij van de tabel is de **binomiale verdeling** van X
De derde rij van de tabel is de **cumulatieve binomiale verdeling** van X

Er geldt bij de GR:
Binomiale verdeling: $P(X = k)$ = binom**p**df(n, p, k)
Cumulatieve binomiale verdeling: $P(X \leq k)$ = binom**c**df(n, p, k)

9.2 De binomiale verdeling [2]

Voorbeeld 2:

Een schijf heeft vijf sectoren (2 appel, 2 kers en 1 banaan)

Bereken de kans op twee keer banaan in acht beurten:

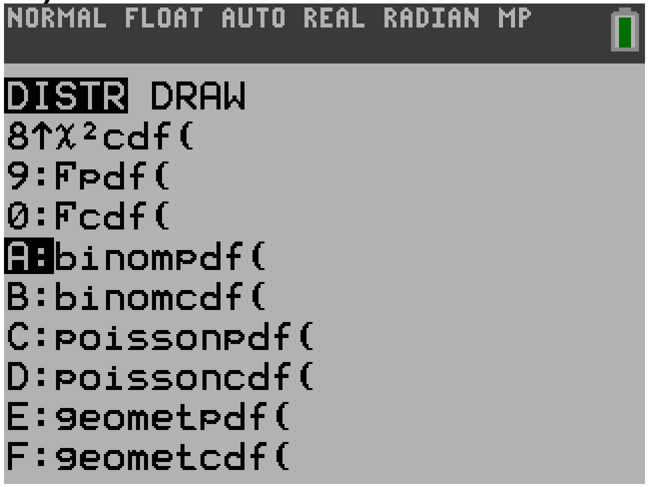
X = aantal keer banaan, $n = 8$, $p = 0{,}2$

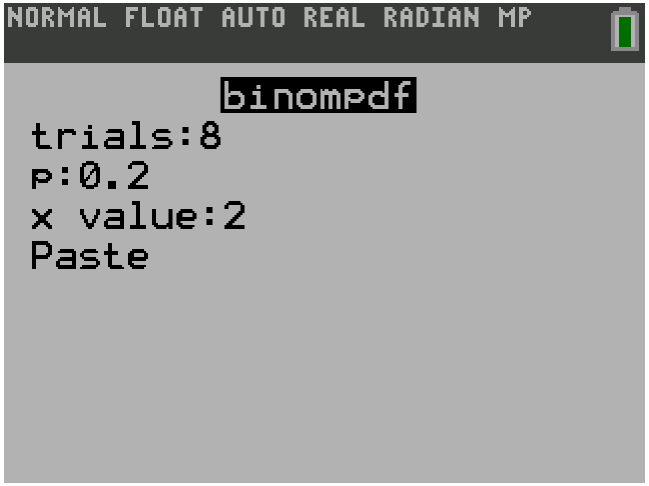
$P(X = 2) = \text{binompdf}(8, 0.2, 2) \approx 0{,}294$

Op de GR: 2ND | VARS | A: binompdf(

Vul bij **trials** 8 in
Vul bij **p** 0.2 in
Vul bij **x value** 2 in.

Enter geeft de uitkomst.





9.2 De binomiale verdeling [2]

<u>Voorbeeld 3:</u>
Een schijf heeft vijf sectoren (2 appel, 2 kers en 1 banaan)

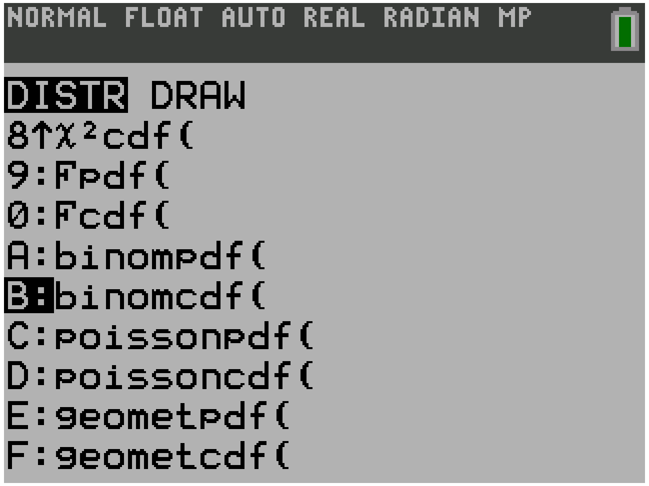
Bereken de kans op hoogstens drie kers in twaalf beurten:
X = aantal keer kers, *n* = 12, *p* = 0,4

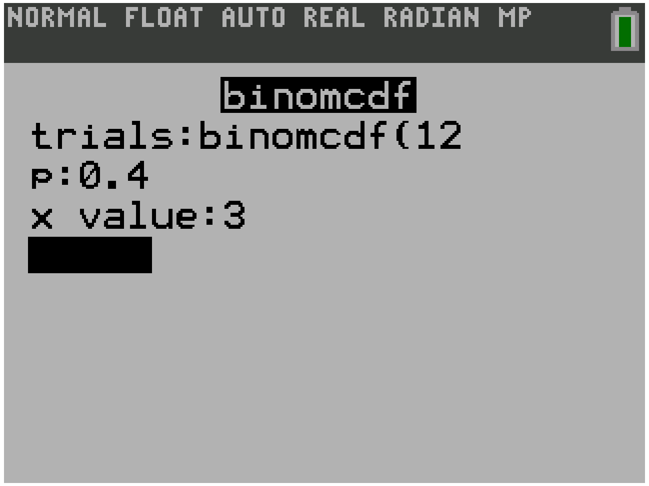
$P(X \leq 3)$ = binomcdf(12,0.4,3) = 0,225

Op de GR: 2ND | VARS | B: binomcdf(

Vul bij **trials** 12 in
Vul bij **p** 0.4 in
Vul bij **x value** 3 in.

Enter geeft de uitkomst.





9.2 De binomiale verdeling [3]

Let op:
Cumulatieve binomiale verdeling: $P(X \leq k)$ = binom**c**df(n,p,k)

Wanneer je met binomcdf werkt, werk je dus altijd met een kans van de vorm $P(X \leq k)$

Voorbeeld 1:
Binomiaal kansexperiment met $n = 25$ en $p = 0{,}20$ en X = aantal keer succes

$P(X \leq 7)$ = binomcdf(25, 0.20, 7) = 0,891

Voorbeeld 2:
$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$ = 1 – binomcdf(25, 0.20, 7) = 1 – 0,891 = 0,109

Voorbeeld 3:
$P(X < 8) = P(X \leq 7)$ = binomcdf(25, 0.20, 7) = 0,891

9.2 De binomiale verdeling [3]

Voorbeeld 4:
Binomiaal kansexperiment met $n = 25$ en $p = 0{,}20$ en X = aantal keer succes

P(tussen 5 en 10 keer succes) = $P(5 < X < 10)$ = P(6, 7, 8 of 9 keer succes) =
= $P(X \leq 9) - P(X \leq 5)$ = binomcdf(25, 0.20, 9) – binomcdf(25, 0.20, 5)
= 0,982… – 0,616… ≈ 0,366

Voorbeeld 5:
P(7 of 8 keer succes) = binompdf(25, 0.20, 7) + binompdf(25, 0.20, 8)
= 0,110… + 0,062… ≈ 0,173

9.2 De binomiale verdeling [4]

Let op:
Tot nu toe was n (aantal keren dat je experiment doet) bekend.

<u>Voorbeeld:</u>
Gooien met muntstuk.
Bereken hoeveel keer je moet gooien zodat de kans op minstens drie keer munt groter dan 98% is.

X = aantal keer munt, $p = 0{,}5$, n = onbekend

Dus bij welke n geldt: $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$ is groter dan 0.98

Invullen in de GR:
Y1 = 1 – binomcdf(X, 0.5, 2)
Y2 = 0.98

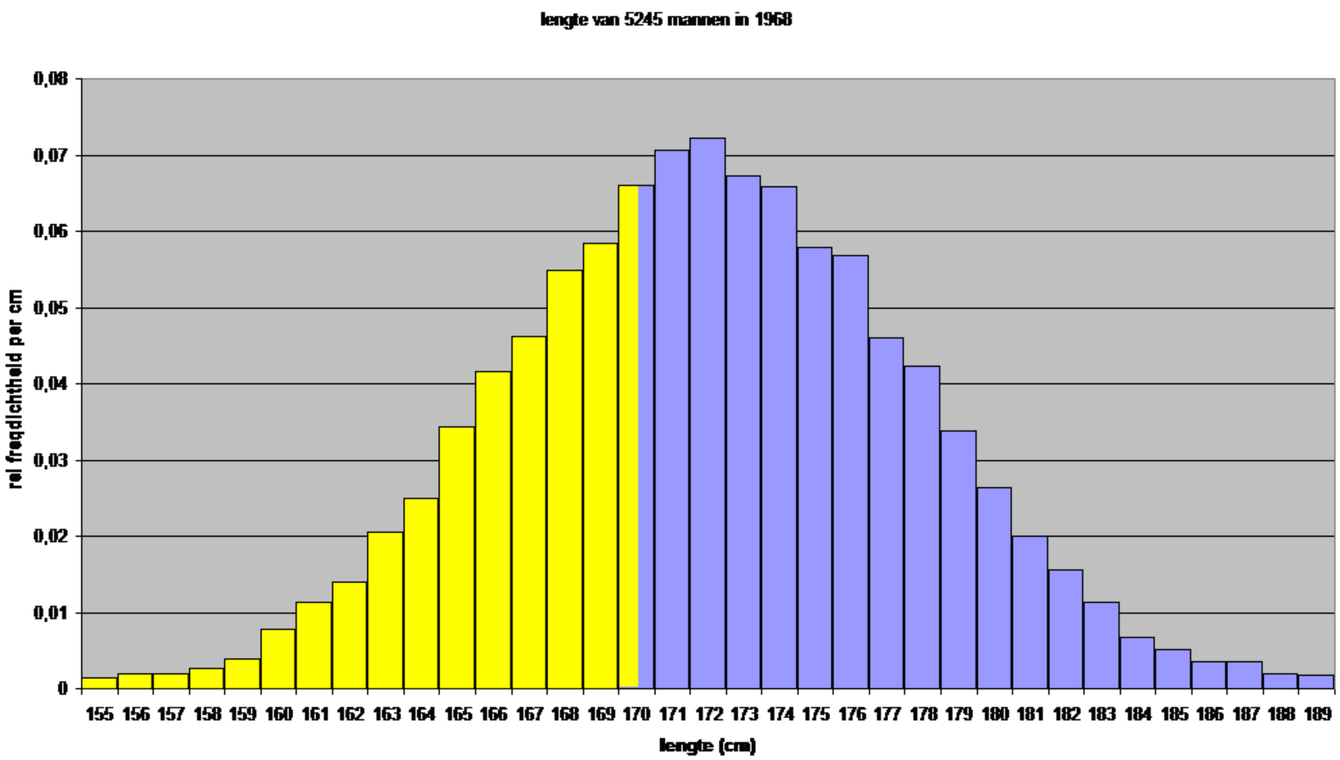
Aflezen uit TABLE geeft
$n = 11 \Rightarrow 1 - P(X \leq 2) \approx 0{,}967$
$n = 12 \Rightarrow 1 - P(X \leq 2) \approx 0{,}981$
Dus je moet minstens 12 keer gooien.

9.2 De binomiale verdeling [5]

Binomiale verdeling:

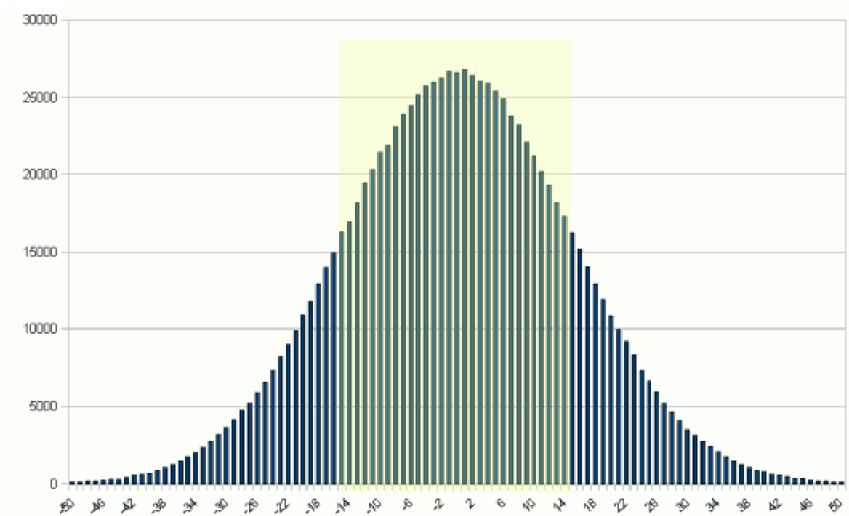
- X = aantal keer succes als je een kansexperiment n keer uitvoert;
- p = kans op succes per keer.
- $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$;
- De verwachtingswaarde $E(X) = np$;
- De standaardafwijking $\sigma_x = \sqrt{np(1-p)}$

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]



Relatief frequentiepolygoon van de lengte van mannen in 1968

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]



In dit plaatje is een frequentiepolygoon getekend. De klassenbreedtes zijn nu kleiner dan in het vorige plaatje.

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]

Wat valt op?

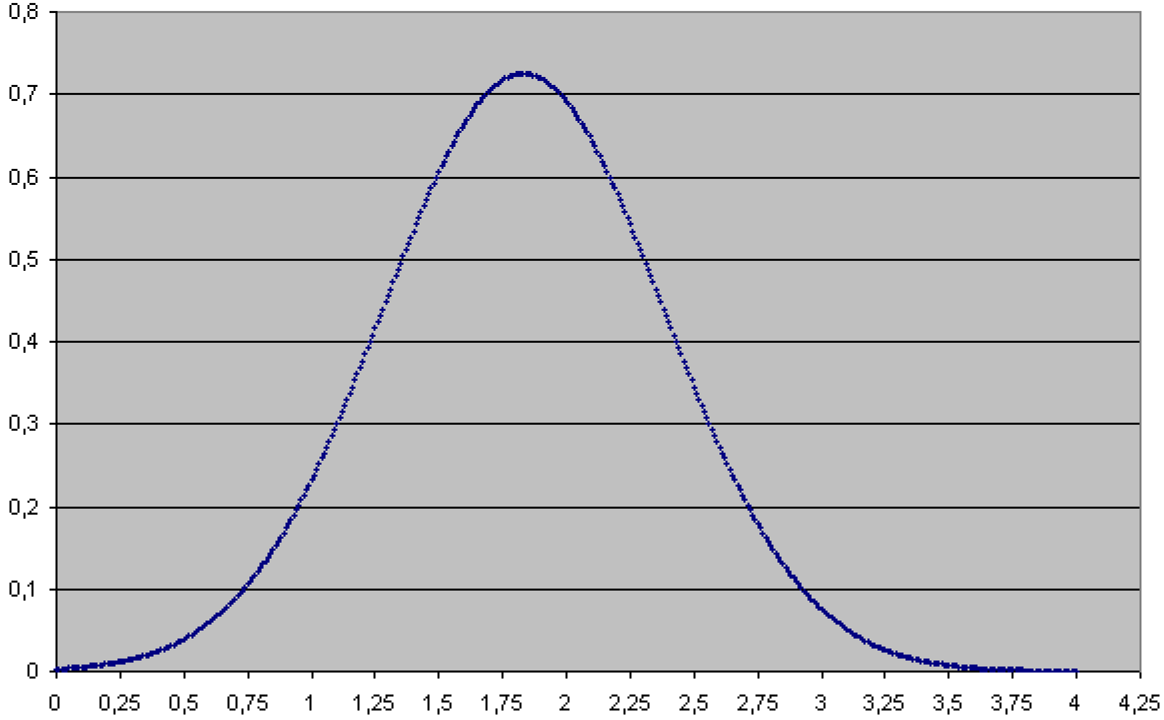
- De twee figuren lijken symmetrisch;
- De meeste waarnemingen bevinden zich rond het midden;
- Hoe verder van het midden, hoe minder waarnemingen er zijn.
- Als de klassenbreedtes kleiner worden krijgt de frequentieverdeling steeds meer de vorm van een “klok”

Deze frequentieverdeling komt vaak voor:

- Lengte van mannen/vrouwen;
- Gewicht van mannen/vrouwen;
- Branduren van een lamp;
- IQ van mensen.

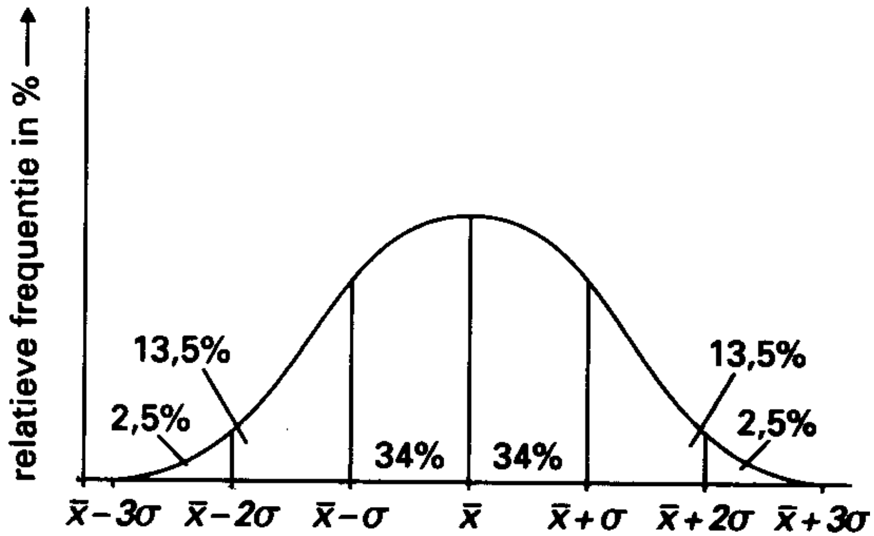
Zo’n verdeling noemen we een **normale verdeling**.

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]



Als we een "heel erg kleine" klassenbreedte nemen ontstaat de **normaalkromme**.

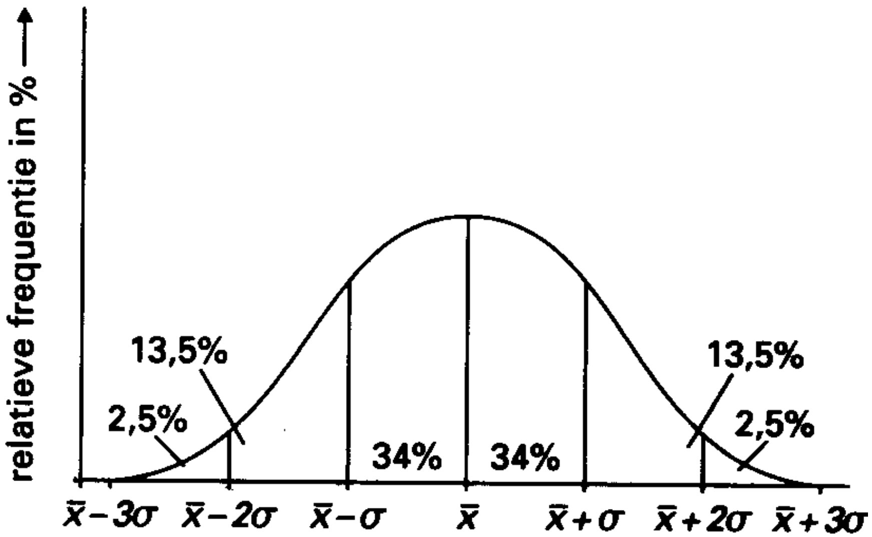
9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]



<u>Kenmerken van de normale verdeling:</u>

1. De normale verdeling is symmetrisch;
2. De normale verdeling heeft een gemiddelde μ;
3. De normale verdeling heeft een standaardafwijking σ;
4. De oppervlakte onder de normaalkromme is altijd 100%

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]

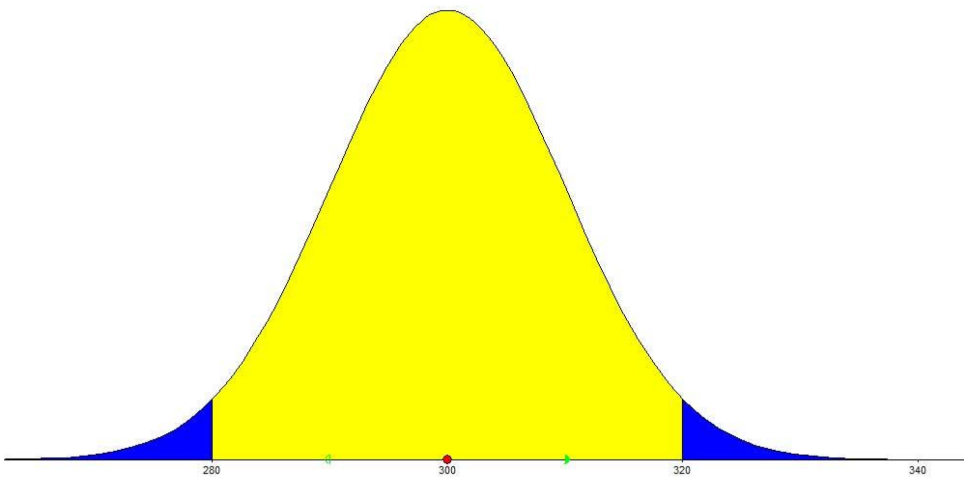


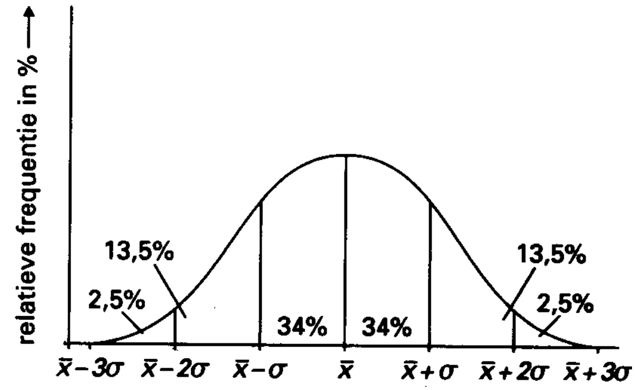
Kenmerken van de normale verdeling:

5. 68% van alle waarnemingen ligt minder dan één keer de standaardafwijking van het gemiddelde af.
   68% van alle waarnemingen ligt dus tussen $\mu - \sigma$ en $\mu + \sigma$;
6. 95% van alle waarnemingen ligt minder dan twee keer de standaardafwijking van het gemiddelde af.
   95% van alle waarnemingen ligt dus tussen μ - 2σ en $\mu + 2\sigma$.

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]

<u>Voorbeeld 1:</u>
Gegeven is een normale verdeling met μ = 300 en σ = 10.
Hoeveel procent van de waarnemingen ligt tussen 280 en 320?

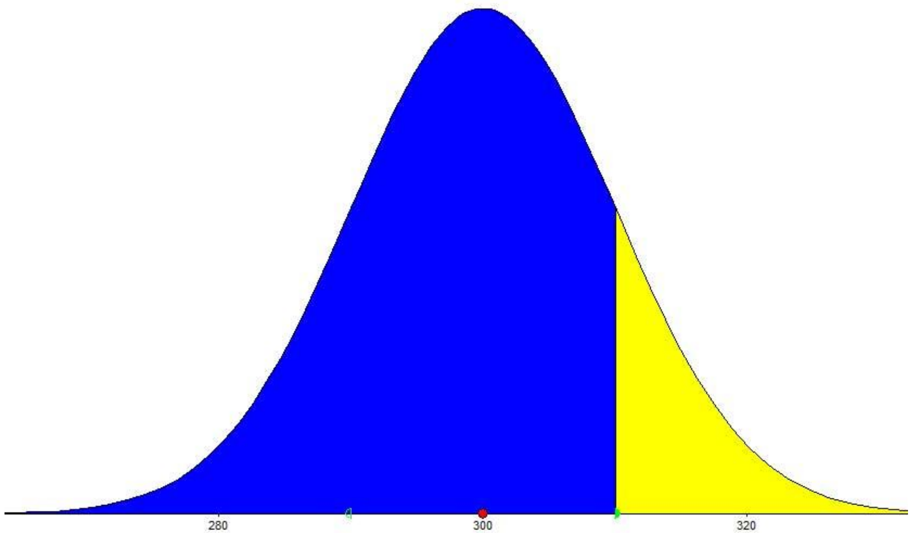


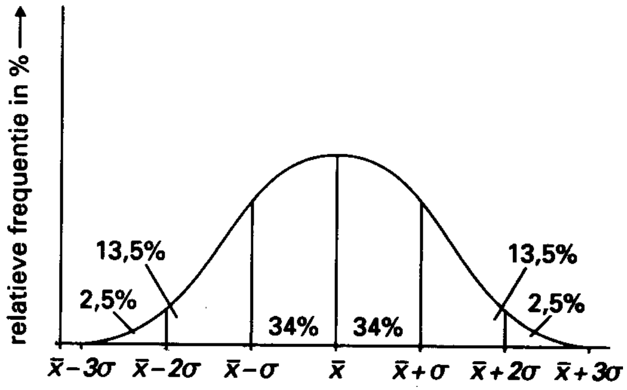


280 = 300 – 2 keer de standaardafwijking
320 = 300 + 2 keer de standaardafwijking
Dus 13,5% + 24% + 24% + 13,5% = 95% van alle waarnemingen ligt tussen 280 en 320.

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [1]

Voorbeeld 2:
Gegeven is een normale verdeling met μ = 300 en σ = 10.
Hoeveel procent van de waarnemingen ligt links van 310?





310 = 300 + 1 keer de standaardafwijking
Dus 2,5% + 13,5% + 34% + 34% = 84% van alle waarnemingen ligt links van 280 en 320.

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [2]

Voorbeeld:
In de tabel staat de verdeling van de gewichten in grammen van een hoeveelheid bonen.

klasse	Frequentie
0,45 -< 0,65	1
0,65 -< 0,85	6
0,85 -< 1,05	18
1,05 -< 1,25	23
1,25 -< 1,45	35
1,45 -< 1,65	34
1,65 -< 1,85	26
1,85 -< 2,05	7
2,05 -< 2,25	6

Toon aan dat deze verdeling bij benadering normaal is:

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [2]

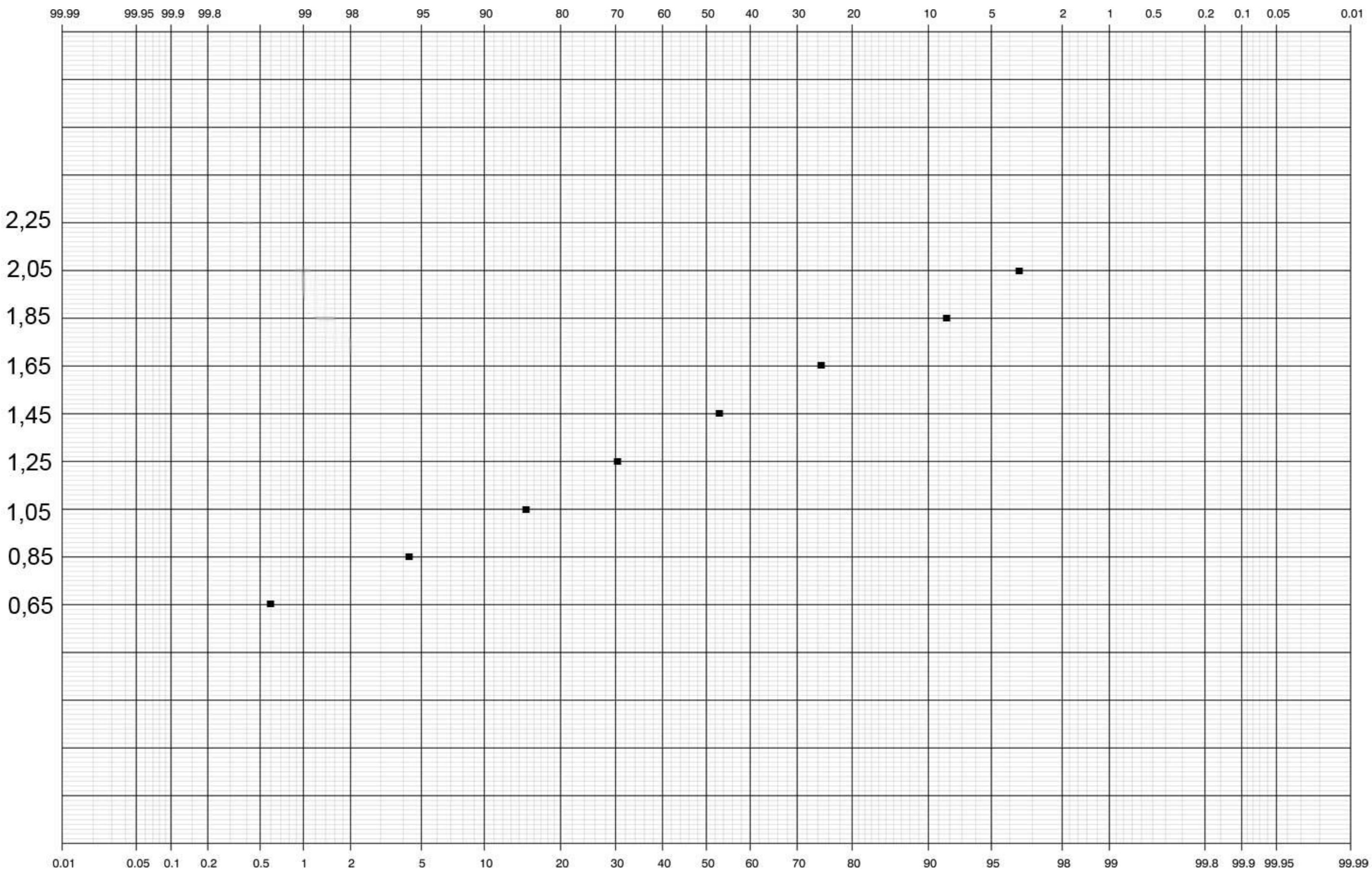
Stap 1:
Bereken de cumulatieve en relatieve cumulatieve frequenties:

klasse	**Frequentie**	**Cum. Freq.**	**Rel. Cum. Freq.**
0,45 -< 0,65	1	1	0,6 (1/156)
0,65 -< 0,85	6	7 (1 + 6)	4,5 (7/156)
0,85 -< 1,05	18	25 (7 + 18)	16,0 (25/156)
1,05 -< 1,25	23	48	30,8
1,25 -< 1,45	35	83	53,2
1,45 -< 1,65	34	117	75,0
1,65 -< 1,85	26	143	91,7
1,85 -< 2,05	7	150	96,2
2,05 -< 2,25	6	156	100,0

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [2]

Stap 2:

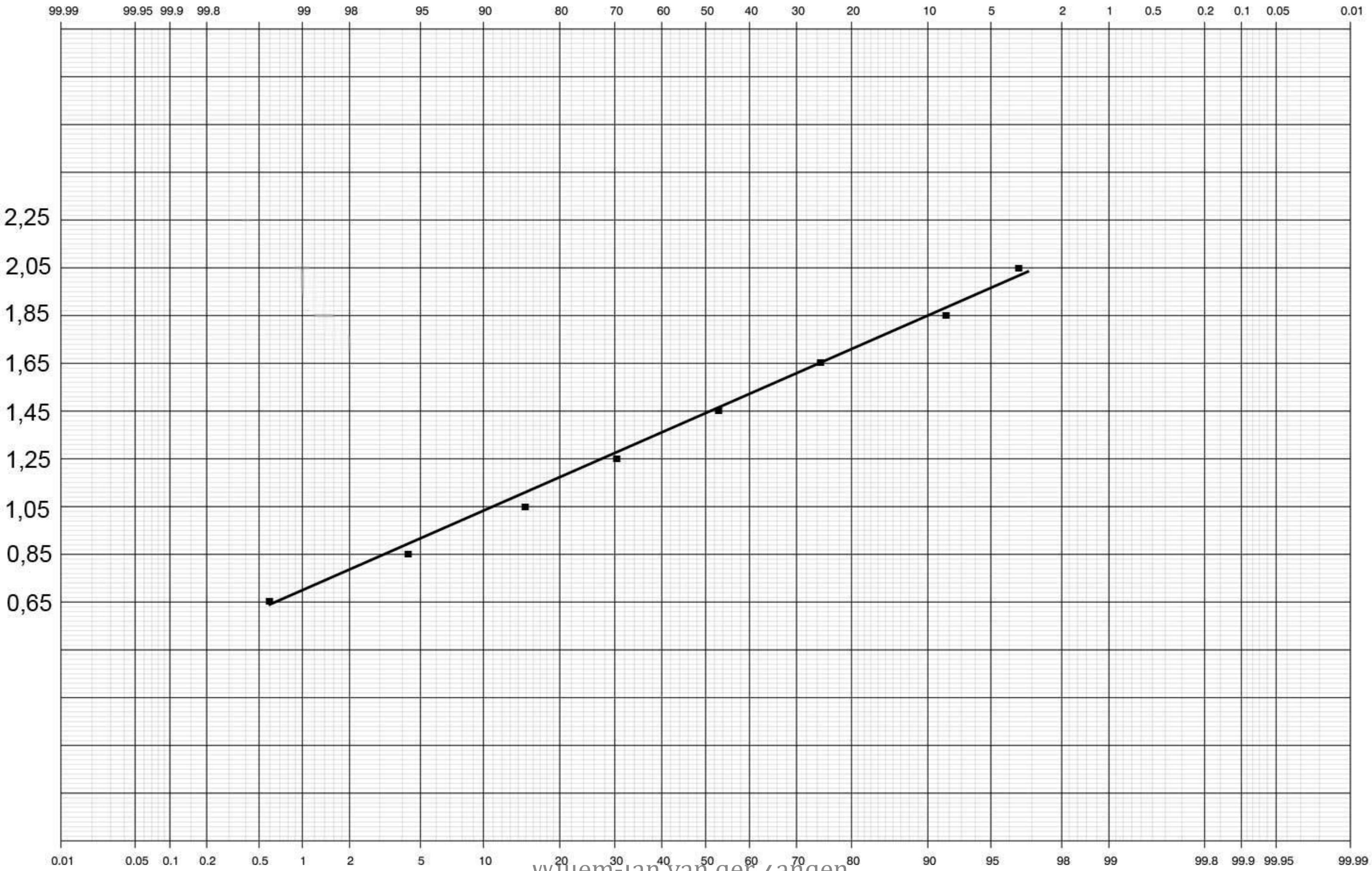
Teken de rel. cum. frequenties op normaal waarschijnlijkheidspapier:



9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [2]

Stap 3:

Trek een lijn door de punten:



9.3 Eigenschappen van de normale verdeling [2]

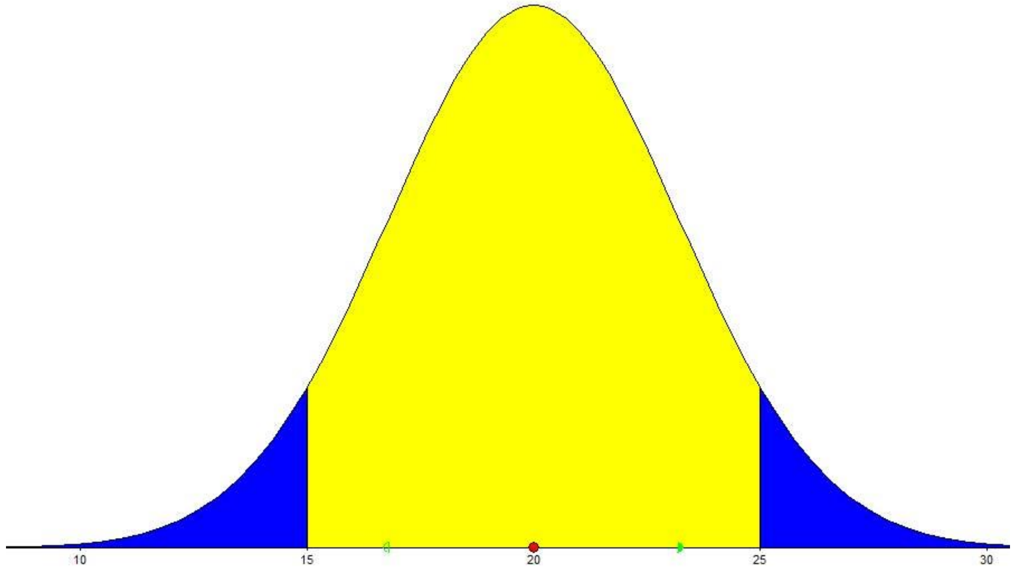
Let op:

- Als de getekende punten op een rechte lijn liggen, is er sprake van een normale verdeling
- Het gemiddelde (μ) is te vinden door de waarde af te lezen die hoort bij een relatieve cumulatieve frequentie van 50 (≈ 1,43)
- De standaardafwijking (σ) is te vinden door:
  1. de waarde af te lezen die hoort bij een relatieve cumulatieve frequentie van 84 (≈ 1,75);
  2. het verschil tussen deze waarde en het gemiddelde is de standaard-afwijking (1,75 – 1,43 = 0,32)

9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [1]

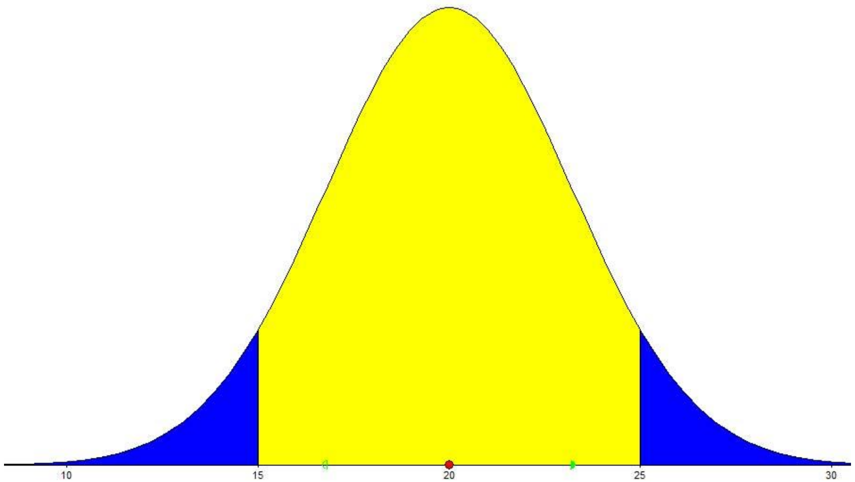
Wanneer van een normale verdeling, het gemiddelde (μ), de standaard-afwijking (σ) en een interval gegeven is, kun je de oppervlakte onder de normaalkromme voor dat interval berekenen.

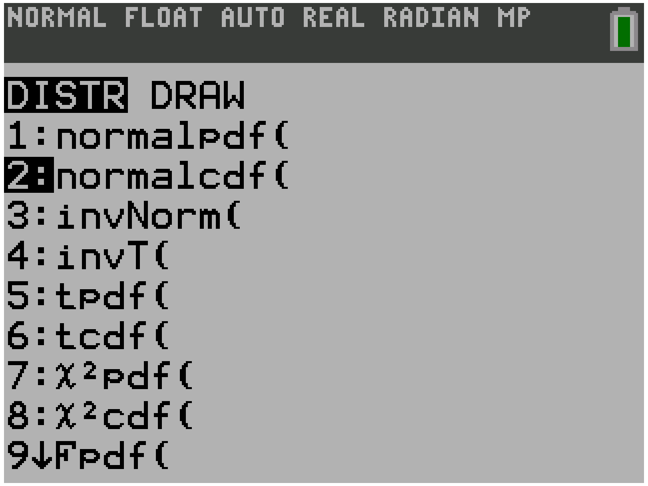
<u>Voorbeeld 1:</u> Normale verdeling met μ = 20 en σ = 3.2. Bepaal de oppervlakte onder de normaalkromme tussen 15 en 25.



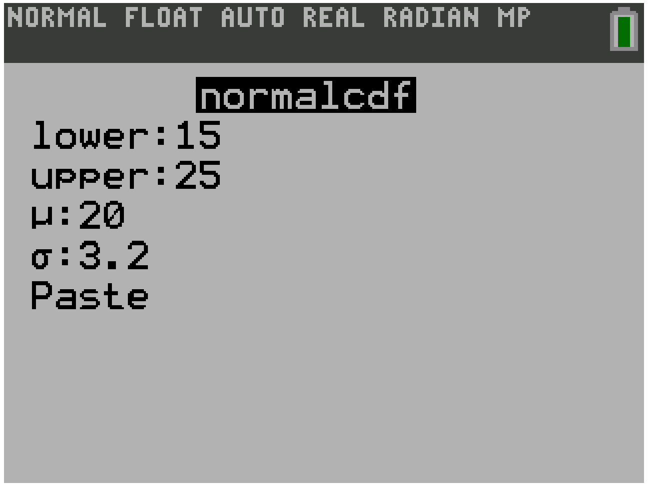
9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [1]

<u>Voorbeeld 1:</u> Normale verdeling met $\mu = 20$ en $\sigma = 3.2$. Bepaal de oppervlakte onder de normaalkromme tussen 15 en 25.





<u>Op de GR:</u> **2ND VARS | DISTR 2:normalcdf(| ENTER**

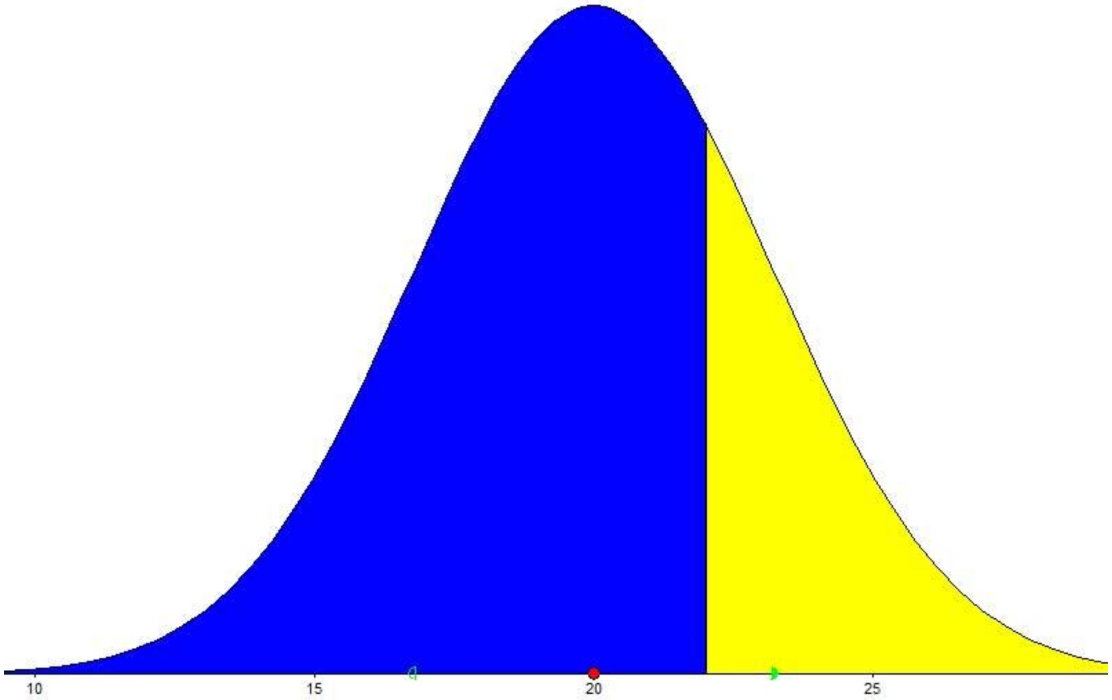


Vul bij “lower” de linkergrens in
Vul bij “upper” de rechtergrens in;
Vul bij “μ” het gemiddelde in;
Vul bij “σ” de standaardafwijking in.

Normalcdf(15, 25, 20, 3.2) ≈ 0,882

9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [1]

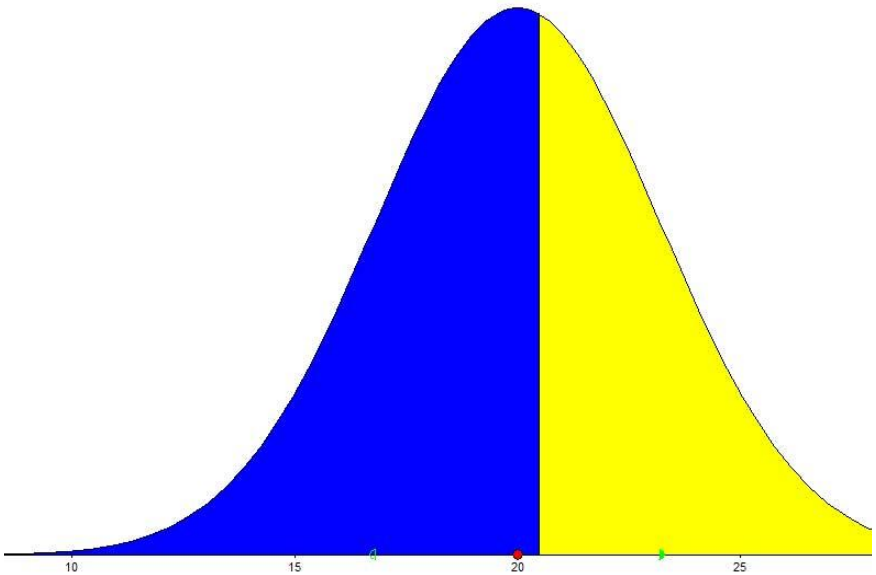
Voorbeeld 2: Normale verdeling met $\mu = 20$ en $\sigma = 3.2$. Bepaal de oppervlakte onder de normaalkromme rechts van 22.

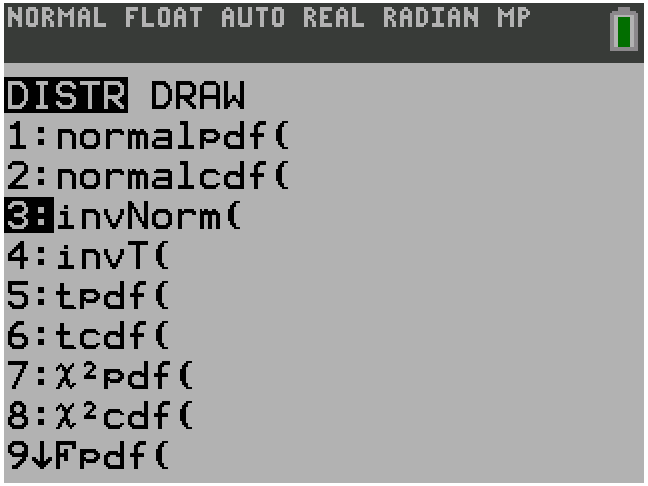


Opp = normalcdf(22, 10^{99}, 20, 3.2) ≈ 0,266

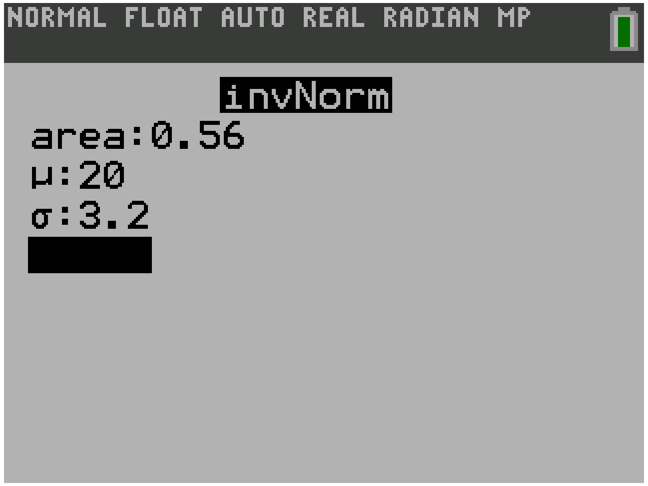
9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [2]

<u>Voorbeeld 1:</u> Normale verdeling met μ = 20 en σ = 3.2. De oppervlakte links van de grens a is 0,56. Bereken deze grens.





<u>Op de GR:</u> **2ND VARS | DISTR 3:invNorm(| ENTER**

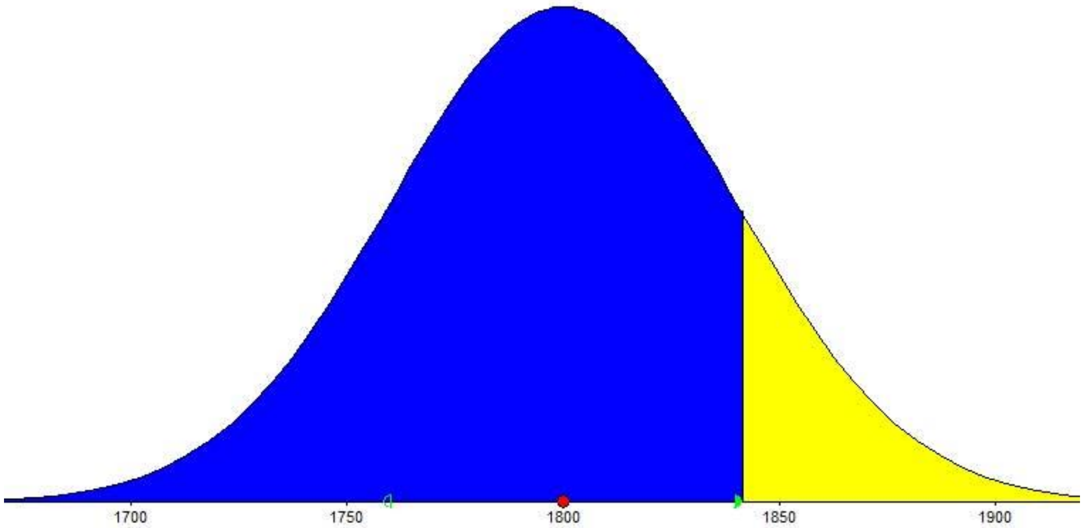


Vul bij “area” de oppervlakte links van de grens in;
Vul bij “μ” het gemiddelde in;
Vul bij “σ” de standaardafwijking in.

InvNorm(0.56, 20, 3.2) ≈ 20,48

9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [2]

Voorbeeld 2: Normale verdeling met $\mu = 1800$ en $\sigma = 40$. De oppervlakte rechts van de grens a is 0,15. Bereken deze grens.

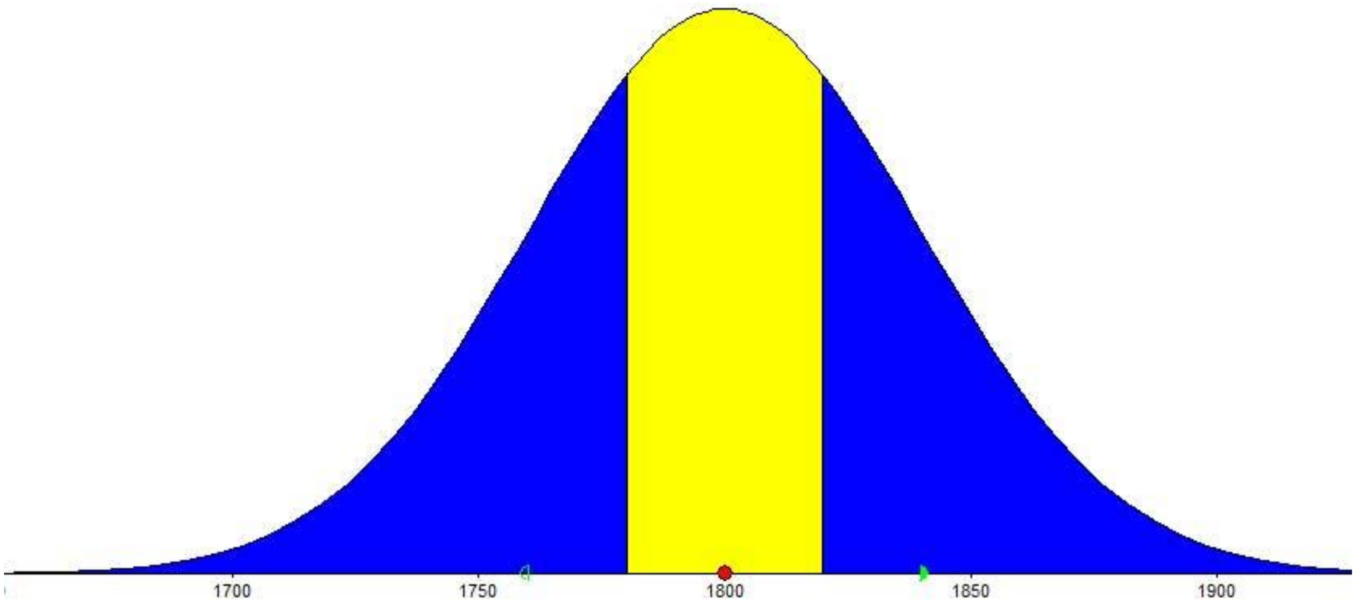


Let op: InvNorm is de oppervlakte links van een bepaalde grens. In dit geval
Is de oppervlakte links van grens a = 1 – 0,15 = 0,85

Grens = invNorm(0.85, 1800, 40) ≈ 1841

9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [2]

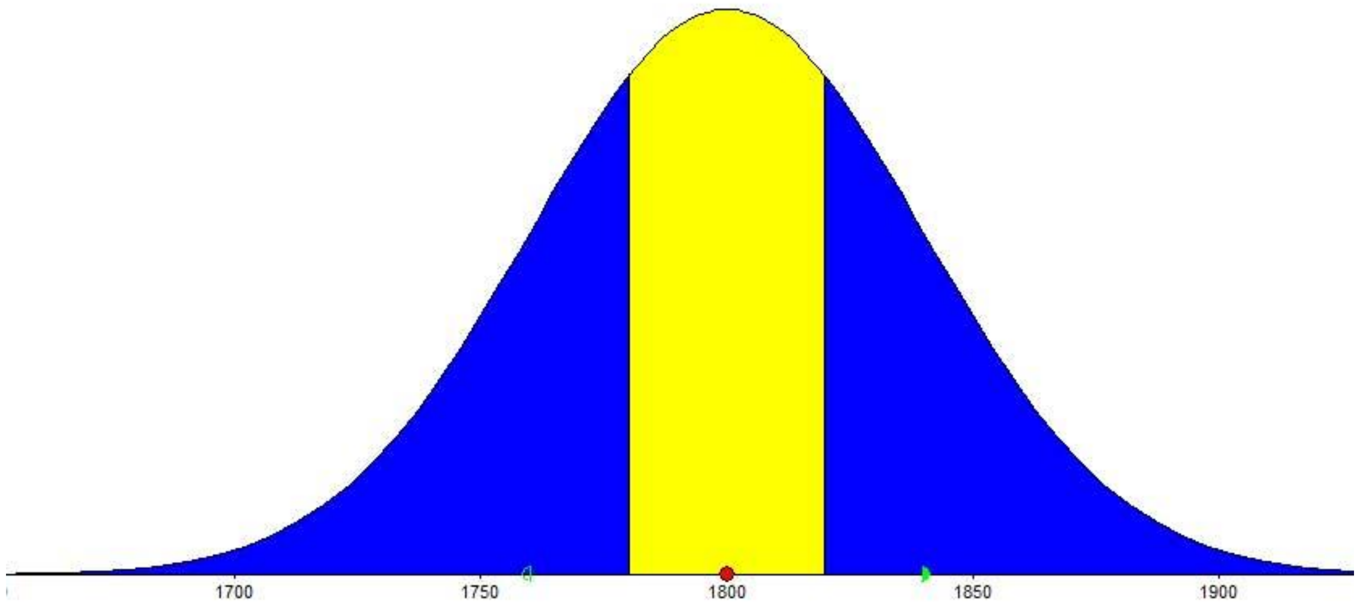
<u>Voorbeeld 3:</u> Normale verdeling met μ = 1800 en σ = 40. De oppervlakte van Het symmetrische gele gebied is 0,38. Bereken de rechtergrens van dit gebied.



- Oppervlakte gele gebied = 0,38
- Oppervlakte blauwe gebied = 1 – 0,38 = 0,62
- Oppervlakte blauwe gebied links = 0,62/2 = 0,31 (vanwege symmetrie)
- Oppervlakte geel + blauw voor rechtergrens = 0,31 + 0,38 = 0,69

9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [2]

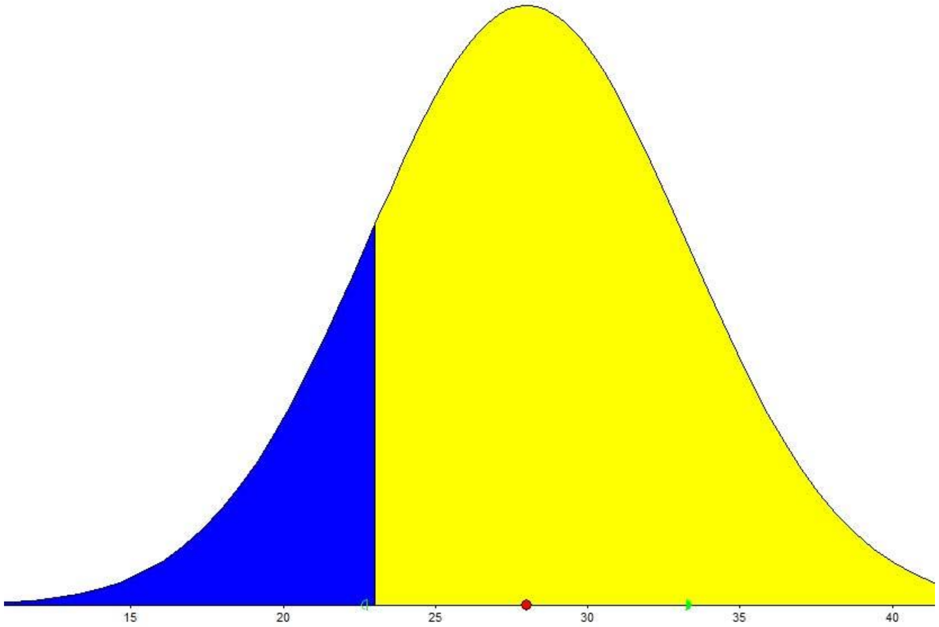
<u>Voorbeeld 3:</u> Normale verdeling met μ = 1800 en σ = 40. De oppervlakte van Het symmetrische gele gebied is 0,38. Bereken de rechtergrens van dit gebied.



Rechtergrens = InvNorm(0.69, 1800, 40) = 1820

9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen [3]

Voorbeeld: Normale verdeling met μ = 28 en σ = onbekend. De oppervlakte Rechts van 23 is 0,83. Bereken de standaardafwijking.



Er moet gelden normalcdf(23, 10^{99}, 28, σ) = 0,83

Met de GR: Y1 = normalcdf(23, 10^{99}, 28, σ)
Y2 = 0,83 en **INTERSECT** **[Let op grenzen van assen!!!]**